

## 模块二

# 直流电路的分析

### 知识目标

理解叠加定理、支路电流法、节点电压法和网孔电流法的定义与应用方法。

### 技能目标

能验证叠加定理、支路电流法、节点电压法和网孔电流法；

会利用叠加定理、支路电流法、节点电压法和网孔电流法分析计算复杂直流电路。

## 任务一 认识叠加定理



### 相关知识

#### 一、叠加定理的定义

叠加定理是线性电路分析的基本方法，其具体内容是：在线性电路中，任一支路的电流（或电压）等于各个电源单独作用时，在此支路中所产生的电流（或电压）的代数和。即在线性电路中，任意一处的电流（或电压）响应，恒等于各个独立电源单独作用时在该处产生响应的叠加。叠加定理电路如图 2-1 所示。

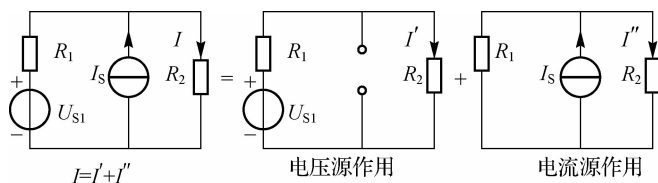


图 2-1 叠加定理电路

## 二、叠加定理的解题方法

应用叠加定理求解复杂电路，可将电路等效变换成几个简单电路，然后将计算结果叠加，求得原来电路的电流（或电压）。在等效变换过程中，保持电路中所有电阻不变，假定电路中只有一个电源作用，而将其他电源去掉（置零），即多余电压源应视为短路，多余电流源应视为开路。

另外，在使用叠加定理时，应注意以下几点。

- (1) 该定理只用于线性电路。
- (2) 功率不可叠加。
- (3) 叠加时，应注意电源单独作用时电路各处电压、电流的参考方向与各电源共同作用时的参考方向是否一致。
- (4) 该定理包含“叠加性”和“齐次性”两重含义。“齐次性”是指某一独立电源扩大或缩小  $K$  倍时，该电源单独作用所产生的响应分量亦扩大或缩小  $K$  倍。
- (5) 叠加时只对独立电源产生的响应叠加，受控源在每个独立电源单独作用时都应在相应的电路中保留，即应用叠加定理时，受控源要与负载一样看待。

**例 2-1** 如图 2-2 所示电路，用叠加定理计算电流  $I$ 。

**解** 根据叠加定理，任意一处的电流（或电压）响应，恒等于各个独立电源单独作用时在该处产生响应的叠加，则图 2-2 所示电路可以等效为 8 V 的电压源和 10 A 电流源的共同作用，如图 2-3 所示。

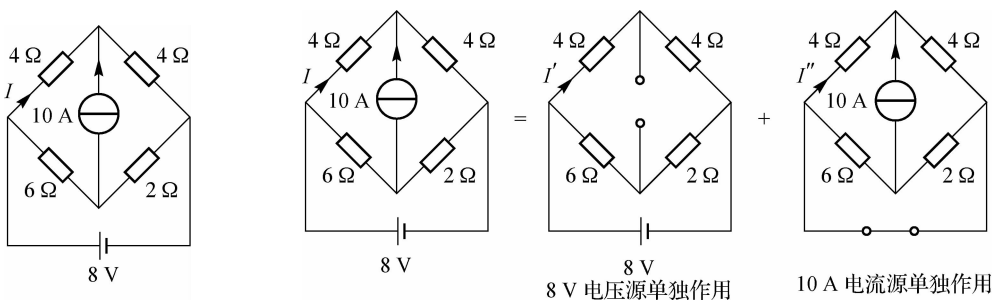


图 2-2 例 2-1 图

图 2-3 图 2-2 所示电路等效图

8 V 电压源单独作用时，可解得

$$I' = \frac{8}{4+4} = 1 \text{ A}$$

10 A 电流源单独作用时，可解得

$$I'' = -10 \times \frac{4}{4+4} = -5 \text{ A}$$

根据叠加定理有

$$I = I' + I'' = -4 \text{ A}$$

**例 2-2** 图 2-4 所示电路中,  $R_1 = 5 \Omega$ ,  $R_2 = 10 \Omega$ ,  $R_3 = 15 \Omega$ ,  $U_{S1} = 10 \text{ V}$ ,  $U_{S2} = 20 \text{ V}$ , 试用叠加定理求各支路电流  $I_1$ 、 $I_2$ 、 $I_3$ 。

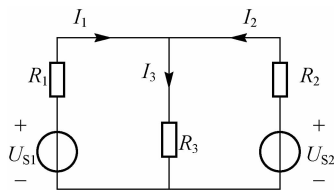


图 2-4 例 2-2 图

**解** 将图 2-4 等效成单独电路作用, 如图 2-5 所示。图 2-5 (a) 所示为原电路, 图 2-5 (b) 所示为  $U_{S1}$  单独作用电路, 图 2-5 (c) 所示为  $U_{S2}$  单独作用电路。

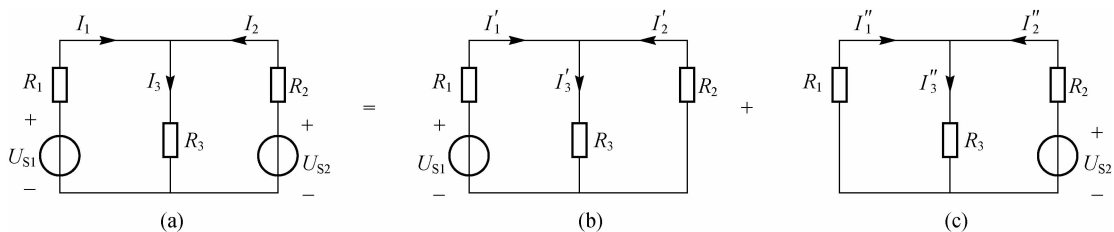


图 2-5 等效电路图

由图 2-5 (b),  $U_{S1}$  单独作用时, 有

$$I'_1 = \frac{U_{S1}}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} = \frac{10}{11} \text{ A}, I'_2 = -\frac{R_3}{R_2 + R_3} I'_1 = -\frac{6}{11} \text{ A}, I'_3 = \frac{R_2}{R_2 + R_3} I'_1 = \frac{4}{11} \text{ A}$$

由图 2-5 (c),  $U_{S2}$  单独作用时, 有

$$I''_2 = \frac{U_{S2}}{R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}} = \frac{16}{11} \text{ A}$$

$$I''_1 = -\frac{R_3}{R_1 + R_3} I''_2 = -\frac{12}{11} \text{ A}, I''_3 = \frac{R_1}{R_1 + R_3} I''_2 = \frac{4}{11} \text{ A}$$

根据叠加定理有

同理得

$$I_1 = I'_1 + I''_1 = \frac{2}{11} \text{ A}, I_2 = I'_2 + I''_2 = \frac{10}{11} \text{ A}, I_3 = I'_3 + I''_3 = \frac{8}{11} \text{ A}$$

## 实践操作 验证叠加定理

### 1. 实践目的

验证线性电路叠加定理的正确性, 从而加深对线性电路的叠加性和齐次性的认识与理解; 熟练使用各仪器和仪表。



## 2. 实践器材

可调直流稳压电源 1 台，直流数字电压表 1 块，毫安表 1 块，电阻、导线若干。

## 3. 实践步骤

(1) 在面包板上按图 2-6 所示连接好电路，取  $E_1 = 12\text{ V}$ ， $E_2 = 6\text{ V}$ 。电路中的开关可以用导线连接与断开进行处理。

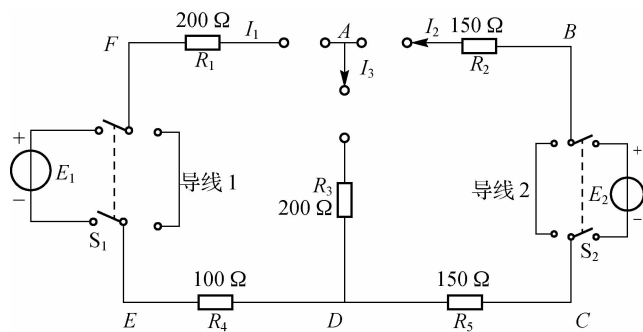


图 2-6 叠加定理的电路

(2) 令电源  $E_1$  单独作用（开关  $S_1$  投向  $E_1$  侧，开关  $S_2$  投向导线 2 侧），用直流数字电压表和毫安表（接电流插头）测量各支路电流及各电阻元件两端的电压，数据记入表 2-1 中。

(3) 令电源  $E_2$  单独作用（开关  $S_1$  投向导线 1 侧，开关  $S_2$  投向  $E_2$  侧），重复步骤 (2) 的测量并记录。

(4) 令电源  $E_1$  和  $E_2$  共同作用（开关  $S_1$  和  $S_2$  分别投向  $E_1$  和  $E_2$  侧），重复上述的测量和记录。

表 2-1 线性电路叠加定理的验证

实践内容	测量项目									
	$E_1/\text{V}$	$E_2/\text{V}$	$I_1/\text{mA}$	$I_2/\text{mA}$	$I_3/\text{mA}$	$U_{AB}/\text{V}$	$U_{CD}/\text{V}$	$U_{AD}/\text{V}$	$U_{DE}/\text{V}$	$U_{FA}/\text{V}$
$E_1$ 单独作用										
$E_2$ 单独作用										
$E_1$ 、 $E_2$ 同时作用										

(5) 根据实验数据验证线性电路的叠加性。



## 思考与练习

2-1-1 在应用叠加定理考虑某个电源的单独作用时，应保持电路结构不变，将电路中的其他理想电源视为零值，即理想电压源\_\_\_\_\_，电动势为\_\_\_\_\_；理想电流源\_\_\_\_\_，电流为\_\_\_\_\_。

2-1-2 在多个电源共同作用的\_\_\_\_\_电路中，任一支路的响应均可看成是由各个激励单独作用下在该支路上所产生的响应的\_\_\_\_\_，称为叠加定理。



2-1-3 使用叠加定理时只对独立电源产生的响应叠加，受控源在每个独立电源单独作用时都应在相应的电路中\_\_\_\_\_，即应用叠加定理时，受控源要与\_\_\_\_\_一样看待。

2-1-4 简述叠加定理的基本内容和适用范围。

2-1-5 电路如图 2-7 所示，试应用叠加定理计算支路电流  $I$  和电流源电压  $U$ 。

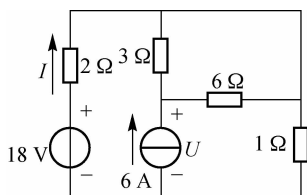


图 2-7 题 2-1-5 图

2-1-6 用叠加定理求图 2-8 所示电路中的电压  $U$ 。

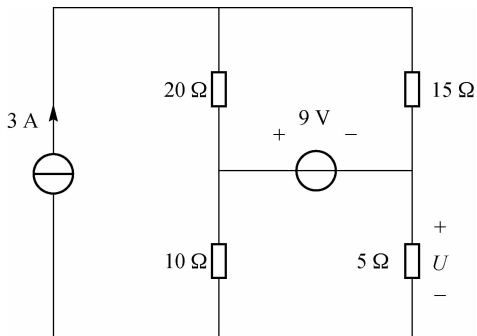


图 2-8 题 2-1-6 图

2-1-7 求图 2-9 所示电路中的电流  $I$  和电压  $U$ ，并计算  $2\Omega$  电阻消耗的功率。

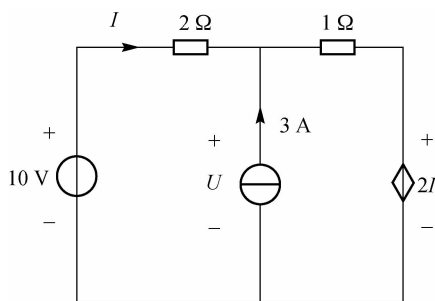


图 2-9 题 2-1-7 图

2-1-8 求图 2-10 所示电路中的电压  $U_{oc}$ 。

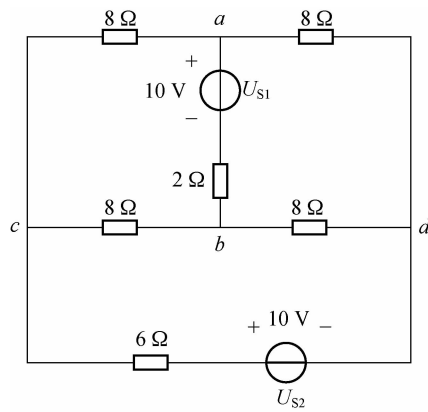


图 2-10 题 2-1-8 图

2-1-9 求图 2-11 所示电路中的电流  $I$ ，图中各个电阻均为  $1\Omega$ 。

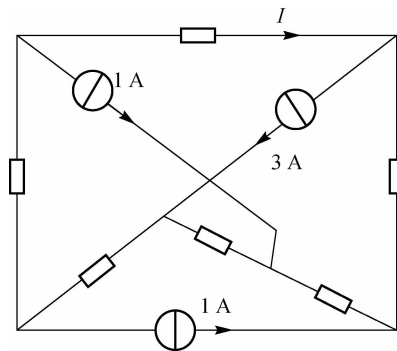


图 2-11 题 2-1-9 图

2-1-10 电路如图 2-12 所示， $N$  为线性含源网络，已知当  $i_s = 8\text{ A}$ ， $u_s = 12\text{ V}$  时，响应  $u_x = 80\text{ V}$ ；当  $i_s = -8\text{ A}$ ， $u_s = 4\text{ V}$  时，响应  $u_x = 0\text{ V}$ ；当  $i_s = 0\text{ A}$ ， $u_s = 0\text{ V}$  时，响应  $u_x = -40\text{ V}$ 。求当  $i_s = 10\text{ A}$ ， $u_s = 20\text{ V}$  时的响应  $u_x$ 。

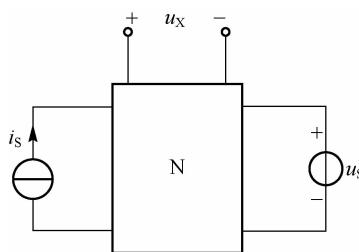


图 2-12 题 2-1-10 图

## 任务二 认识支路电流法



### 相关知识

#### 一、支路电流法的定义

对于一个复杂的直流电路，在已知电路中各电源及电阻参数的前提下，设各条支路电流为未知参量，根据基尔霍夫电流定律和基尔霍夫电压定律分别列出电路中的节点电流方程及回路电压方程，然后联立求解，计算出各支路电流，该电路分析法即为支路电流法，它是分析复杂电路的基本方法之一。支路电流法电路如图 2-13 所示。

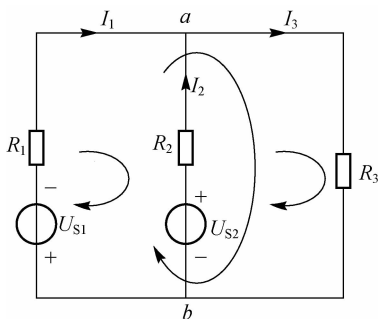


图 2-13 支路电流法电路

#### 二、电路方程的独立性

(1) 为了完成一定的电路功能，在一个实际电路中，将元件组合连接成一定的结构形式，即支路、节点、回路和网孔。

(2) 设电路的节点数为  $n$ ，则独立的 KCL 方程为  $n-1$  个，且为任意的  $n-1$  个。

(3) 给定一个平面电路（可以画在一个平面上而不使任意两条支路交叉的电路称为平面电路），该电路有  $n$  个节点， $b$  条支路，则该电路有  $b-(n-1)$  个网孔，这些网孔的 KVL 方程是独立的。

(4) 由 KCL 及 KVL 可以得到的独立方程总数是  $b$  个（能提供独立的 KCL 方程的节点称为独立节点；能提供独立的 KVL 方程的回路称为独立回路）。

#### 三、列写支路电流方程的基本步骤

(1) 建立各支路电流的参考方向和回路绕行方向。

(2) 根据 KCL 列出节点电流方程。

根据图 2-13 可得

$$\text{节点 } a: \quad -I_1 - I_2 + I_3 = 0 \quad \text{①}$$

$$\text{节点 } b: \quad I_1 + I_2 - I_3 = 0 \quad \text{②}$$

上述两个方程中只能有一个是独立的（有效），可以证明具有  $n$  个节点的电路只能列

写  $n-1$  个独立的 KCL 方程。

(3) 根据 KVL 列写各回路电压方程。

$$\text{回路 1:} \quad R_1 I_1 - R_2 I_2 + U_{S1} + U_{S2} = 0 \quad (3)$$

$$\text{回路 2:} \quad R_2 I_2 + R_3 I_3 - U_{S2} = 0 \quad (4)$$

$$\text{回路 3:} \quad R_1 I_1 + R_3 I_3 + U_{S1} = 0 \quad (5)$$

由回路方程可知③+④=⑤，即只有两个方程是独立的。可以证明，对于  $n$  个节点， $b$  条支路， $m$  个回路的电路，所列独立方程数为  $m=b-(n-1)$ 。

支路电流法的一般步骤如下。

- ① 标定各支路电流（电压）的参考方向。
- ② 选定  $n-1$  个节点，列写其 KCL 方程。
- ③ 选定  $b-(n-1)$  个独立回路，列写其 KVL 方程。
- ④ 求解上述方程，得到  $b$  个支路电流。
- ⑤ 进一步计算支路电压和进行其他分析。

支路电流法的特点是其列写的是 KCL 和 KVL 方程，所以方程列写方便、直观，但方程数较多，宜于在支路数不多的情况下使用。

**例 2-3** 如图 2-14 所示电路，求各支路电流及电压源各自发出的功率。

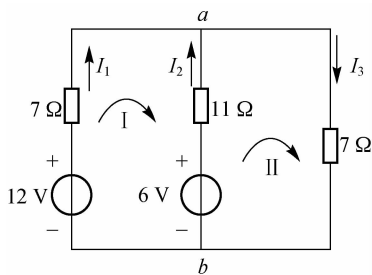


图 2-14 例 2-3 图

$$\text{解 列 KCL 方程。对节点 } a \text{ 有 } -I_1 - I_2 + I_3 = 0 \quad (1)$$

$$\text{列 KVL 方程。对回路 I 有 } 7I_1 - 11I_2 = 12 - 6 = 6 \text{ A} \quad (2)$$

$$\text{对回路 II 有 } 11I_2 + 7I_3 = 6 \quad (3)$$

$$\text{联立方程①、②、③可得 } I_1 = \frac{6}{7} \text{ A}, I_2 = 0 \text{ A}, I_3 = \frac{6}{7} \text{ A}$$

$$\text{电源功率为 } P_1 = \frac{6}{7} \times 12 = \frac{72}{7} \text{ W}, P_2 = -0 \times 6 = 0 \text{ W}$$

**例 2-4** 图 2-15 所示电路中，已知  $U_{S1} = 30 \text{ V}$ ， $U_{S2} = 50 \text{ V}$ ， $R_1 = 2 \Omega$ ， $R_2 = R_3 = 5 \Omega$ ， $R_4 = R_5 = 10 \Omega$ 。

- (1) 求各支路电流。
- (2) 求电路中各元件的功率。

**解** (1) 求各支路电流。

列写 KCL 方程和 KVL 方程。

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0 \quad (1)$$

$$I_3 - I_4 - I_5 = 0 \quad (2)$$

$$30 - 50 = 2I_1 - 5I_2 \quad (3)$$



$$50 = 5I_2 + 5I_3 + 10I_4 \quad (4)$$

$$-10I_4 + 10I_5 = 0 \quad (5)$$

将已知数据代入方程式①~⑤，联立求解，得  $I_1 = -0.625 \text{ A}$ ， $I_2 = 3.75 \text{ A}$ ， $I_3 = 3.125 \text{ A}$ ， $I_4 = I_5 = 1.5625 \text{ A}$ 。计算得  $I_1$  的实际方向与图中假设的参考方向相反，即电源 1 为充电状态。

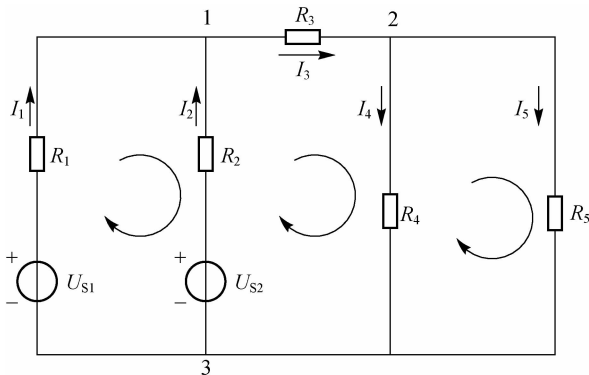


图 2-15 例 2-4 图

(2) 求元件的功率。把  $U_{S1}$ 、 $U_{S2}$  视为恒压源，发出的功率分别为

$$P_{U_{S1}} = U_{S1} I_1 = 30 \times (-0.625) = -18.75 \text{ W}$$

$$P_{U_{S2}} = U_{S2} I_2 = 50 \times 3.75 = 187.5 \text{ W}$$

$P_{U_{S1}}$  为负值，表示其并不发出功率，而是消耗功率，做电动机运行，是电源 2 的负载。各电阻消耗的功率为

$$P_1 = R_1 I_1^2 = 2 \times (-0.625)^2 = 0.78 \text{ W}$$

$$P_2 = R_2 I_2^2 = 5 \times 3.75^2 = 70.31 \text{ W}$$

$$P_3 = R_3 I_3^2 = 5 \times 3.125^2 = 48.83 \text{ W}$$

$$P_4 = R_4 I_4^2 = 10 \times 1.5625^2 = 24.41 \text{ W}$$

$$P_5 = R_5 I_5^2 = 10 \times 1.5625^2 = 24.41 \text{ W}$$

电源发出的功率应与电阻消耗的功率平衡，即

$$P_{E_1} + P_{E_2} = -18.75 + 187.5 = 168.75 \text{ W}$$

$$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 = 0.78 + 70.31 + 48.83 + 24.41 \times 2 = 168.75 \text{ W}$$

值得注意的是，图 2-15 所示电路中， $R_3$ 、 $R_4$  和  $R_5$  可用电阻串并联等效为  $R'$ ，其中  $R' = R_3 + R_4 // R_5$ ，则该电路可化简为图 2-16 所示。这时电路中仅有三个未知量，可节省许多计算工作量。

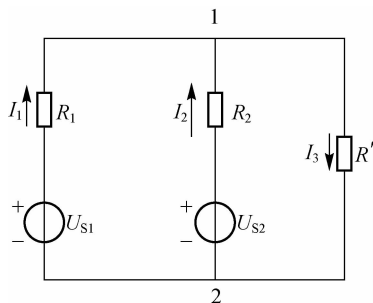


图 2-16 图 2-15 简化电路图

例 2-5 试用支路电流法计算图 2-17 所示电路中电流  $I_1$ 、 $I_2$  及电源电压  $U'_s$ 。

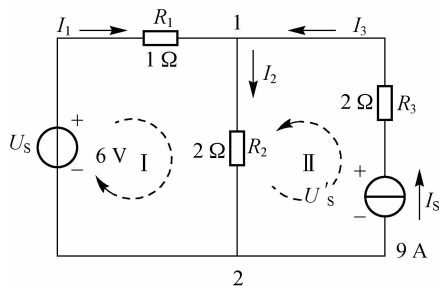


图 2-17 例 2-5 图

解 电路中含有电流源, 该支路电流  $I_3 = I_s = 9 \text{ A}$ 。确定  $I_3$  后虽然少了一个未知量, 但因电流源两端电压  $U'_s$  为待求量, 仍须列写三个独立方程联立求解。由 KCL 和 KVL 可列出方程如下。

$$\text{节点 1:} \quad I_1 - I_2 + I_3 = 0 \quad \text{①}$$

$$\text{回路 I:} \quad R_1 I_1 + R_2 I_2 = U_s \quad \text{②}$$

$$\text{回路 II:} \quad R_3 I_3 + R_2 I_2 - U'_s = 0 \quad \text{③}$$

代入数据联立求解, 得  $I_1 = -4 \text{ A}$ ,  $I_2 = 5 \text{ A}$ ,  $U'_s = 28 \text{ V}$ 。

## 实践操作 验证支路电流法

### 1. 实践目的

验证支路电流法的正确性, 从而加深对线性电路的叠加性和齐次性的认识和理解; 熟练掌握各仪器、仪表的使用方法。

### 2. 实践器材

可调直流稳压电源 1 台, 直流数字电压表 1 块, 毫安表 1 块, 电阻、导线若干。

### 3. 实践步骤

(1) 在面包板上按图 2-18 所示连接好电路图。(说明:  $\circ\circ$  两点间为断开, 可以用导线连接。)

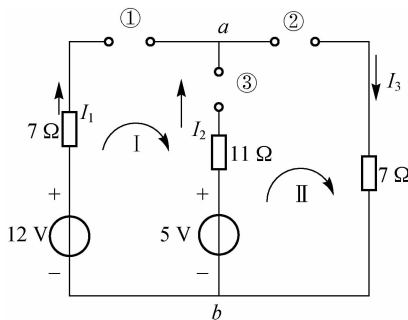


图 2-18 支路电流法的验证电路



(2) 将①、②、③三处分别接入电流表（其余用导线连接），将测试结果记录于表 2-2 中。

表 2-2 验证支路电流法记录表

测量对象	$I_1/\text{mA}$	$I_2/\text{mA}$	$I_3/\text{mA}$
测量值			

(3) 计算电源功率，并将计算结果与例 2-5 比较。



### 思考与练习

2-2-1 一个具有  $b$  条支路， $n$  个节点 ( $b > n$ ) 的复杂电路，用支路电流法求解时，需列出 \_\_\_\_\_ 个方程式来联立求解，其中 \_\_\_\_\_ 个为节点电流方程式， \_\_\_\_\_ 个为回路电压方程式。

2-2-2 支路电流法是指以 \_\_\_\_\_ 为未知量，根据 \_\_\_\_\_ 定律列出联立方程组求解各支路电流的方法。

2-2-3 某电路用支路电流法求解的方程组为

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 + I_4 = 0 \\ -E_2 + I_2 R_2 + I_1 R_1 - E_1 = 0 \\ I_3 R_3 - I_2 R_2 + E_2 = 0 \\ E_4 - I_4 R_4 - I_3 R_3 = 0 \end{cases}$$

则该电路的节点数为 \_\_\_\_\_，支路数为 \_\_\_\_\_。

2-2-4 简述支路电流法的解题步骤。

2-2-5 简述支路电流法的特点。

2-2-6 已知电路如图 2-19 所示，其中  $E_1 = 15 \text{ V}$ ， $E_2 = 65 \text{ V}$ ， $R_1 = 5 \Omega$ ， $R_2 = R_3 = 10 \Omega$ 。试用支路电流法求  $R_1$ 、 $R_2$  和  $R_3$  三个电阻上的电压。

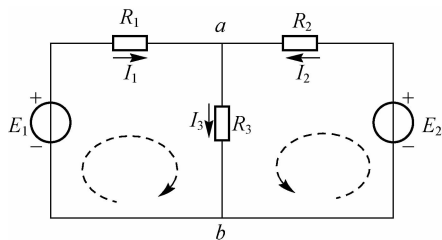


图 2-19 题 2-2-6 图

2-2-7 求图 2-20 所示电路中通过  $R_1$ 、 $R_2$  的电流和  $R_1$ 、 $R_2$  吸收的功率。

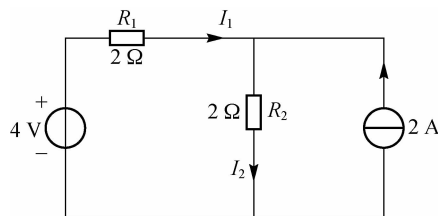


图 2-20 题 2-2-7 图



2-2-8 试用支路电流法求图 2-21 所示电路中的电流  $I_3$ 。

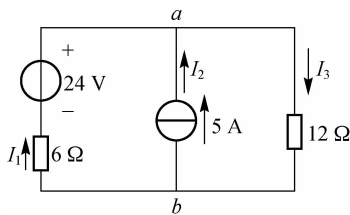


图 2-21 题 2-2-8 图

2-2-9 用支路电流法求图 2-22 中所标的各未知电流和电压，并说明电压源和电流源是发出功率还是吸收功率。

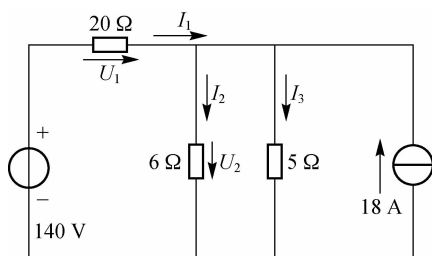


图 2-22 题 2-2-9 图

2-2-10 图 2-23 所示为两台发电机并联运行的电路。已知  $E_1 = 230\text{ V}$ ,  $R_{01} = 0.5\ \Omega$ ,  $E_2 = 226\text{ V}$ ,  $R_{02} = 0.3\ \Omega$ , 负载电阻  $R_L = 5.5\ \Omega$ , 试用支路电流法求各支路电流。

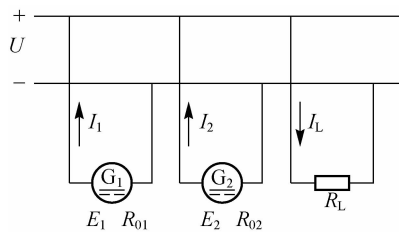


图 2-23 题 2-2-10 图

## 任务三 认识节点电压法

### 相关知识

#### 一、节点电压法的定义

节点电压法即以节点电压为未知量列写电路方程分析电路的方法，适用于节点较少的电路。任意选择一个节点作为参考节点，其他节点与参考节点之间的电压即为节点电压（位），节点电压方向为从独立节点指向参考节点。

## 二、用节点电压法解题的一般步骤

使用节点电压法的解题步骤如下。

- (1) 选定参考节点。标出各节点电压，其参考方向总是独立节点为“+”，参考节点为“-”。
- (2) 用观察法列出全部  $n-1$  个独立节点的节点电压方程。
- (3) 求解节点方程，得到各节点电压。
- (4) 选定支路电流和支路电压的参考方向，计算各支路电流和支路电压。
- (5) 根据题目要求，计算功率和其他量等。

## 三、具有 $n-1$ 个独立节点的电路的节点电压方程

具有  $n-1$  个独立节点的电路的节点电压方程的一般形式为

$$\begin{cases} G_{11}u_{n1} + G_{12}u_{n2} + \cdots + G_{1(n-1)}u_{n(n-1)} = i_{S11} \\ G_{21}u_{n1} + G_{22}u_{n2} + \cdots + G_{2(n-1)}u_{n(n-1)} = i_{S22} \\ \cdots \cdots \\ G_{(n-1)1}u_{n1} + G_{(n-1)2}u_{n2} + \cdots + G_{(n-1)(n-1)}u_{n(n-1)} = i_{S(n-1)(n-1)} \end{cases}$$

式中， $G_{ii}$  为自电导，等于接在节点  $i$  上所有支路的电导之和（包括电压源与电阻串联支路），其值总为正； $G_{ij} = G_{ji}$  为互电导，等于接在节点  $i$  与节点  $j$  之间的所有支路的电导之和，并冠以负号； $i_{Si}$  为流入节点  $i$  的所有电流源电流的代数和（包括电压源与电阻串联支路等效的电流源）。

**注意：**当电路含受控源时，系数矩阵一般不再为对称阵，且有些结论也将不再成立。如电路中含有受控电流源，先把受控电流源当作独立电流源列出节点电压方程，再把控制量用有关的节点电压表示；然后把用节点电压表示的受控源电流项移到方程的左边。

**例 2-6** 用节点电压法求图 2-24 所示电路中各电阻支路电流。

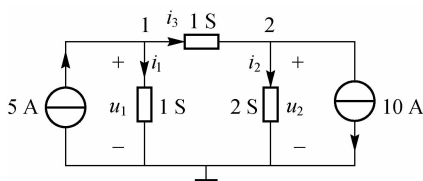


图 2-24 例 2-6 图

**解** 用接地符号标出参考节点，标出两个节点电压  $u_1$  和  $u_2$  的参考方向，如图 2-24 所示。用观察法列出节点方程。

$$\begin{cases} (1\text{ S} + 1\text{ S})u_1 - (1\text{ S})u_2 = 5\text{ A} \\ -(1\text{ S})u_1 + (1\text{ S} + 2\text{ S})u_2 = -10\text{ A} \end{cases}$$

整理得出

$$\begin{cases} 2u_1 - u_2 = 5\text{ V} \\ -u_1 + 3u_2 = -10\text{ V} \end{cases}$$

求解得到各节点电压为

$$u_1 = 1\text{ V} \quad u_2 = -3\text{ V}$$

选定各电阻支路电流参考方向如图 2-24 所示, 可求得

$$\begin{cases} i_1 = (1 \text{ S})u_1 = 1 \text{ A} \\ i_2 = (2 \text{ S})u_2 = -6 \text{ A} \\ i_3 = (1 \text{ S})(u_1 - u_2) = 4 \text{ A} \end{cases}$$

**例 2-7** 用节点电压法求图 2-25 所示电路的各支路电压。

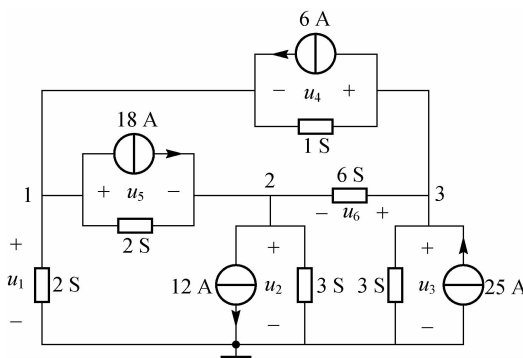


图 2-25 例 2-7 图

**解** 参考节点和节点电压如图 2-25 所示, 列出三个节点方程为

$$\begin{cases} (2 \text{ S} + 2 \text{ S} + 1 \text{ S})u_1 - (2 \text{ S})u_2 - (1 \text{ S})u_3 = 6 \text{ A} - 18 \text{ A} \\ -(2 \text{ S})u_1 + (2 \text{ S} + 3 \text{ S} + 6 \text{ S})u_2 - (6 \text{ S})u_3 = 18 \text{ A} - 12 \text{ A} \\ -(1 \text{ S})u_1 - (6 \text{ S})u_2 + (1 \text{ S} + 6 \text{ S} + 3 \text{ S})u_3 = 25 \text{ A} - 6 \text{ A} \end{cases}$$

整理得

$$\begin{cases} 5u_1 - 2u_2 - u_3 = -12 \text{ V} \\ -2u_1 + 11u_2 - 6u_3 = 6 \text{ V} \\ -u_1 - 6u_2 + 10u_3 = 19 \text{ V} \end{cases}$$

解得节点电压为

$$\begin{cases} u_1 = -1 \text{ V} \\ u_2 = 2 \text{ V} \\ u_3 = 3 \text{ V} \end{cases}$$

求得另外三个支路的电压为

$$\begin{cases} u_4 = u_3 - u_1 = 4 \text{ V} \\ u_5 = u_1 - u_2 = -3 \text{ V} \\ u_6 = u_3 - u_2 = 1 \text{ V} \end{cases}$$

当电路中含有无伴电压源（无电阻与之串联的电压源）或受控源时的处理方法如下。

(1) 对含有无伴电压源支路的电路的处理。① 选取电压源“—”端连接的节点作为参考点, “+”端连接的节点电压等于电压源的电压, 为已知量。不再列出该节点的节点电压方程。② 将电压源支路的电流作为未知量, 视为电流源电流, 计入相应的节点电压方程中。

(2) 对含有受控源的电路, 将受控源视为独立电源, 列写节点电压方程, 然后将受控源的控制量用节点电压表示, 计入节点电压方程中。

**例 2-8** 用节点电压法求图 2-26 (a) 所示电路的电压  $u$  和支路电流  $i_1$ 、 $i_2$ 。

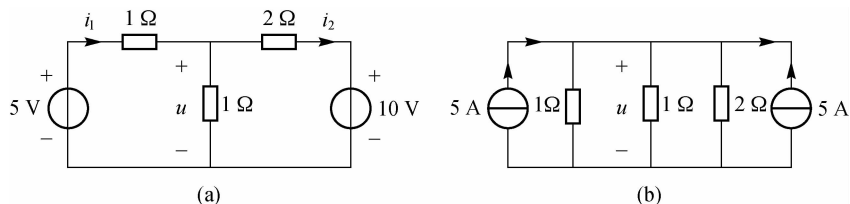


图 2-26 例 2-8 图

解 先将电压源与电阻串联等效变换为电流源与电阻并联,如图 2-26 (b) 所示。对节点电压  $u$  来说,图 2-26 (b) 与图 2-26 (a) 等效,只需列出一个节点方程。

$$(1\text{ S}+1\text{ S}+0.5\text{ S})u=5\text{ A}+5\text{ A}$$

解得

$$u=\frac{10}{2.5}=4\text{ V}$$

按图 2-26 (a) 所示电路可求得电流  $i_1$  和  $i_2$  为

$$i_1=\frac{5-4}{1}=1\text{ A}, i_2=\frac{4-10}{2}=-3\text{ A}$$

例 2-9 用节点电压法求图 2-27 所示电路的节点电压。

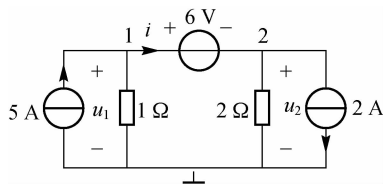


图 2-27 例 2-9 电路图

解 选定 6 V 电压源电流  $i$  的参考方向,计入电流变量  $I$ ,列出两个节点方程。

$$\begin{cases} (1\text{ S})u_1+i=5\text{ A} \\ (0.5\text{ S})u_2-i=-2\text{ A} \end{cases}$$

补充方程为

$$u_1-u_2=6\text{ V}$$

解得

$$u_1=4\text{ V}, u_2=-2\text{ V}, i=1\text{ A}$$

## 实践操作 验证节点电压法

### 1. 实践目的

验证线性电路节点电压法的正确性;熟练掌握各仪器、仪表的使用方法。

### 2. 实践器材

可调电流源 2 台,万用表 3 块,电阻、导线若干。

### 3. 实践步骤

(1) 在面包板上按图 2-28 所示连接好电路。

(2) 将①、②、③三处分别接入电流表,将测试结果记录于表 2-3 中。

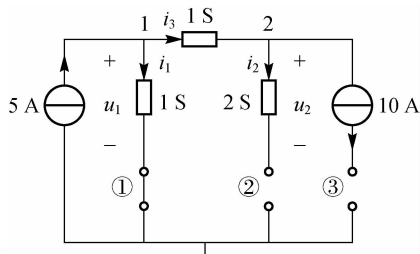


图 2-28 节点电压法的验证电路

表 2-3 测量电流记录表

测量对象	$I_1/\text{mA}$	$I_2/\text{mA}$	$I_3/\text{mA}$
测量值			

(3) 将①、②、③三处分别接入导线，分别在两个电阻上接入电压表，将测试结果记录于表 2-4 中。

表 2-4 测量电压记录表

测量对象	$U_1/\text{V}$	$U_2/\text{V}$
测量值		

(4) 将测试结果与例 2-9 的计算结果比较。



### 思考与练习

2-3-1 节点电压法是以\_\_\_\_\_为未知量列写电路方程分析电路的方法，适用于\_\_\_\_\_较少的电路。

2-3-2 节点电压法是任意选择一个节点作为参考节点，其他节点与参考节点之间的电压即为节点电压（位），节点电压方向为\_\_\_\_\_。

2-3-3 用节点电压法解题时，若电路中含有受控电流源，先要把受控电流源当作\_\_\_\_\_列出节点电压方程；再把控制量用有关的节点电压表示；然后把用节点电压表示的受控源电流项\_\_\_\_\_。

2-3-4 简述节点电压法的解题步骤。

2-3-5 用节点电压法求图 2-29 所示电路中节点 2 的电位  $V_2$ 。

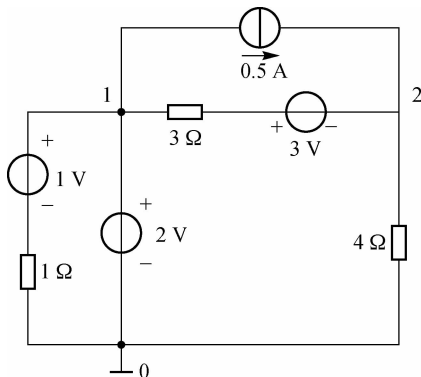


图 2-29 题 2-3-5 图



2-3-6 列出图 2-30 所示电路的节点电压方程 (节点 3 为参考节点)。

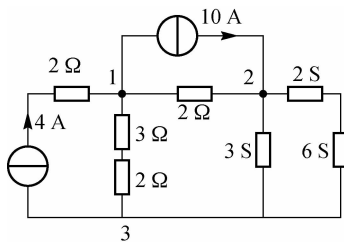


图 2-30 题 2-3-6 图

2-3-7 列写图 2-31 所示含 VCCS 电路的节点电压方程。

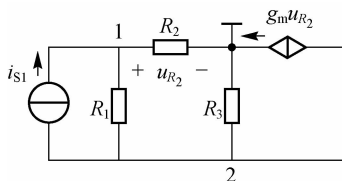


图 2-31 题 2-3-7 图

2-3-8 用节点法电压法求图 2-32 所示电路的各支路电流。

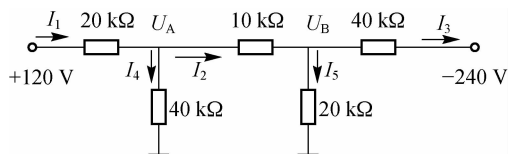


图 2-32 题 2-3-8 图

2-3-9 用节点电压法求出图 2-33 所示电路的各支路电流。

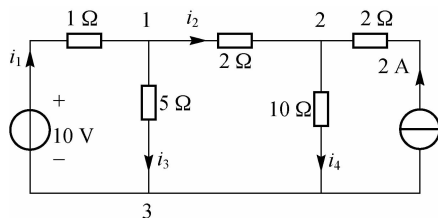


图 2-33 题 2-3-9 图

2-3-10 用节点电压法求图 2-34 所示电路的各支路电流。

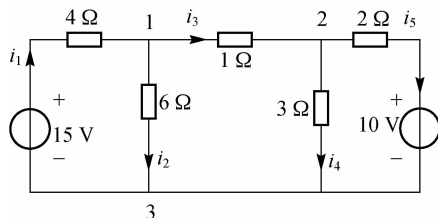


图 2-34 题 2-3-10 图

## 任务四 认识网孔电流法



### 相关知识

#### 一、网孔电流法的定义

在每个网孔中都有一个电流沿网孔边界环流,即网孔电流。网孔电流法是以网孔电流为电路独立变量的求解方法,它仅适用于平面电路。网孔电流法的主要思想是利用假想电流来实现。

#### 二、具有 $m$ 个网孔的平面电路网孔电流方程的一般形式

$$\begin{cases} R_{11}i_{m1} + R_{12}i_{m2} + \cdots + R_{1m}i_{mm} = u_{S11} \\ R_{21}i_{m1} + R_{22}i_{m2} + \cdots + R_{2m}i_{mm} = u_{S22} \\ \cdots \cdots \\ R_{m1}i_{m1} + R_{m2}i_{m2} + \cdots + R_{mm}i_{mm} = u_{Smm} \end{cases}$$

#### 三、用网孔电流法解题的一般步骤

使用网孔电流法解题的一般步骤如下。

- (1) 选定网孔,并确定其绕行方向。
- (2) 以网孔电流为未知量,列写其 KVL 方程。
- (3) 求解上述方程,得到  $m$  个网孔电流。
- (4) 用网孔电流法求各支路电流。
- (5) 其他分析。

**注意:** (1) 独立电源全部放在方程右侧。

(2) 当电路中含有独立电流源时:

- ① 尽量使其成为网孔电流,这样网孔电流已知,可不列该网孔方程。
- ② 当不选为网孔电流时,首先设其加上电压后,将其看成独立电压源,然后增加一个网孔电流与该电压源电流的关系方程。

(3) 当电路中含有受控源时的处理方法:如果电路中含有受控源,将其视为独立电源,列写网孔电流方程,并将受控源的控制量用网孔电流表示,代入网孔电流方程中,使方程中只含有网孔电流。

下面以图 2-35 所示电路为例介绍用网孔电流法求解电路的基本步骤。图中,电压源  $u_{S1}$ 、 $u_{S2}$  和电阻  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$  均为已知,求各支路电流。

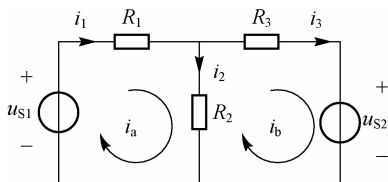


图 2-35 电路图示



## 1. 网孔电流

假想沿网孔边沿流动的电流，如图 2-35 中  $i_a$ 、 $i_b$  所示，参考方向任意选取。

如图 2-35 所示，电路中有  $b$  条支路、 $n$  个节点，对节点而言，根据基尔霍夫电流定律 (KCL) 列  $n-1$  个独立方程；对回路（网孔）而言，根据基尔霍夫电压定律 (KVL) 列  $b-n+1$  个独立方程，若以  $b-n+1$  个网孔电流为求解变量，所需方程数将大大减少。

网孔电流有以下两个特点。

(1) 完备性。可以求出所有支路电流，也可以说所有支路电流均是网孔电流的线性组合。

(2) 独立性。网孔电流相互独立，不能互求。

网孔电流法解题的意义在于：求解  $i_a$ 、 $i_b$  时，不必再列写 KCL 方程，只需列出两个网孔的 KVL 方程，因而可用较少的方程求出网孔电流。得到  $i_a$ 、 $i_b$  后再由其与支路电流的关系求出各支路电流。

## 2. 列写网孔电流方程

网孔电流

$$i_1 = i_a, \quad i_2 = i_a - i_b, \quad i_3 = i_b$$

由网孔 1 可得

$$R_1 i_1 + R_2 i_2 = u_{S1}$$

由网孔 2 可得

$$-R_2 i_2 + R_3 i_3 = -u_{S2}$$

可推出

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_2 & -R_2 \\ -R_2 & R_2 + R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{S1} \\ -u_{S2} \end{bmatrix}$$

观察可以看出如下规律。

(1)  $R_{11} = R_1 + R_2$  为网孔 1 的自电阻，其值等于网孔 1 中所有电阻之和； $R_{22} = R_2 + R_3$  为网孔 2 的自电阻，其值等于网孔 2 中所有电阻之和。自电阻总为正。

(2)  $R_{12} = R_{21} = -R_2$  为网孔 1、网孔 2 之间的互电阻。当两个网孔电流流过共同相关支路，方向相同时，互电阻取正号；否则取负号。

(3)  $U_{S1} = u_{S1}$  为网孔 1 中所有电压源电压的代数和，电压升取“+”； $U_{S2} = -u_{S2}$  为网孔 2 中所有电压源电压的代数和，电压降取“-”。

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \cdots & R_{1n} \\ R_{21} & R_{22} & \cdots & R_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ R_{n1} & R_{n2} & \cdots & R_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{S1} \\ U_{S2} \\ \vdots \\ U_{Sn} \end{bmatrix}$$

① 当  $i=j$  时， $R_{ij}$ （对角线元素）为自电阻，即  $i$  网孔内所有电阻之和。

② 当  $i \neq j$  时， $R_{ij}$ （非对角线元素）为互电阻，即  $i$  网孔与  $j$  网孔共有电阻之和（两网孔电流方向一致时取“+”，方向不一致时取“-”）。

③  $R_{Sk}$  为网孔内所有电压源之和，电压升取“+”，电压降取“-”。

**例 2-10** 利用网孔电流法求图 2-36 所示电路的各支路电流。

**解** 选定两个网孔电流  $i_1$  和  $i_2$  的参考方向，如图 2-36 所示。用观察电路的方法直接列出网孔方程。

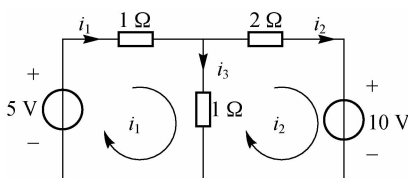


图 2-36 例 2-10 图

$$\begin{cases} (1\ \Omega + 1\ \Omega)i_1 - (1\ \Omega)i_2 = 5\ \text{V} \\ -(1\ \Omega)i_1 + (1\ \Omega + 2\ \Omega)i_2 = -10\ \text{V} \end{cases}$$

整理后得

$$\begin{cases} 2i_1 - i_2 = 5\ \text{A} \\ -i_1 + 3i_2 = -10\ \text{A} \end{cases}$$

解得

$$i_1 = 1\ \text{A}, i_2 = -3\ \text{A}$$

即各支路电流分别为

$$i_1 = 1\ \text{A}, i_2 = -3\ \text{A}, i_3 = i_1 - i_2 = 4\ \text{A}$$

**例 2-11** 用网孔电流法求图 2-37 所示电路各支路电流。

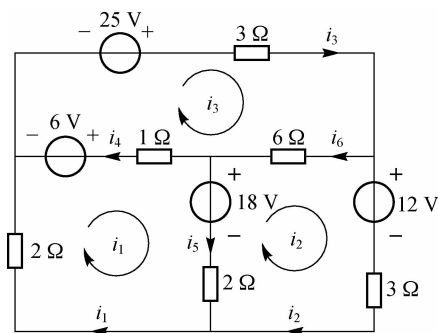


图 2-37 例 2-11 图

**解** 选定各网孔电流的参考方向，用观察法列出网孔方程。

$$\begin{cases} (2+1+2)i_1 - 2i_2 - i_3 = 6\ \text{V} - 18\ \text{V} \\ -2i_1 + (2+6+3)i_2 - 6i_3 = 18\ \text{V} - 12\ \text{V} \\ -i_1 - 6i_2 + (3+6+1)i_3 = 25\ \text{V} - 6\ \text{V} \end{cases}$$

整理为

$$\begin{cases} 5i_1 - 2i_2 - i_3 = -12\ \text{A} \\ -2i_1 + 11i_2 - 6i_3 = 6\ \text{A} \\ -i_1 - 6i_2 + 10i_3 = 19\ \text{A} \end{cases}$$

解得

$$i_1 = -1\ \text{A}, i_2 = 2\ \text{A}, i_3 = 3\ \text{A}$$

$$i_4 = i_3 - i_1 = 4\ \text{A}, i_5 = i_1 - i_2 = -3\ \text{A}, i_6 = i_3 - i_2 = 1\ \text{A}$$

独立电压源和线性电阻构成的网孔方程为

$$\begin{cases} R_{11}i_1 + R_{12}i_2 + \cdots + R_{1m}i_m = u_{S11} \\ R_{21}i_1 + R_{22}i_2 + \cdots + R_{2m}i_m = u_{S22} \\ \cdots \\ R_{m1}i_1 + R_{m2}i_2 + \cdots + R_{mm}i_m = u_{Smm} \end{cases}$$

对于由独立电压源，独立电流源和电阻构成的电路来说，其网孔方程的一般形式应改为以下形式。

$$\begin{cases} R_{11}i_1 + R_{12}i_2 + \cdots + R_{1m}i_m + u_{iS11} = u_{S11} \\ R_{21}i_1 + R_{22}i_2 + \cdots + R_{2m}i_m + u_{iS22} = u_{S22} \\ \cdots \\ R_{m1}i_1 + R_{m2}i_2 + \cdots + R_{mm}i_m + u_{iSmm} = u_{Smm} \end{cases}$$

式中， $u_{iSkk}$ 表示第 $k$ 个网孔的全部电流源电压的代数和，其电压的参考方向与该网孔电流参考方向相同则取正号，相反则取负号。由于变量的增加，需要补充这些电流源（ $i_{sk}$ ）与相关网孔电流（ $i_i$ 、 $i_j$ ）关系的方程，其一般形式为

$$i_{sk} = \pm i_i \pm i_j$$

式中，当电流源（ $i_{sk}$ ）参考方向与网孔电流参考方向（ $i_i$ 或 $i_j$ ）相同时取正号，相反则取负号。

**例 2-12** 用网孔电流法求图 2-38 所示电路的支路电流。

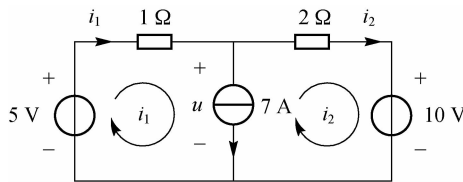


图 2-38 例 2-12 图

**解** 设电流源电压为  $u$ ，考虑了电压  $u$  的网孔方程为

$$\begin{cases} (1\ \Omega)i_1 + u = 5\ \text{V} \\ (2\ \Omega)i_2 - u = -10\ \text{V} \end{cases}$$

补充方程为

$$i_1 - i_2 = 7\ \text{A}$$

求解以上方程得  $i_1 = 3\ \text{A}$ ， $i_2 = -4\ \text{A}$ ， $u = 2\ \text{V}$

## 实践操作 验证网孔电流法

### 1. 实践目的

验证网孔电流法电路分析的正确性，加深对网孔电流法的认识和理解；熟练掌握各仪器、仪表的使用方法。



## 2. 实践器材

可调直流稳压电源 1 台，直流数字电压表 1 块，毫安表 1 块，电阻、导线若干。

## 3. 实践步骤

(1) 在面包板上按图 2-39 所示连接好电路。

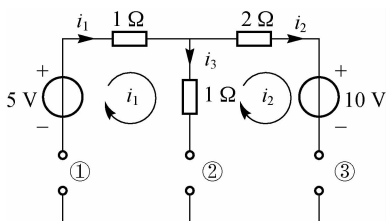


图 2-39 网孔电流法的验证电路

(2) 在①、②、③三处分别接入电流表，将测试结果记录于表 2-5 中。

表 2-5 测量电流记录表

测量对象	$I_1/\text{mA}$	$I_2/\text{mA}$	$I_3/\text{mA}$
测量值			



## 思考与练习

2-4-1 在每个网孔中都有一个电流沿网孔边界环流，即\_\_\_\_\_。网孔电流法是以\_\_\_\_\_作为电路独立变量的求解方法，它仅适用于平面电路。网孔电流法的主要思想是利用\_\_\_\_\_来实现。

2-4-2 网孔电流的特点是\_\_\_\_\_和\_\_\_\_\_。

2-4-3 当两个网孔电流流过共同相关支路方向相同时，互电阻取\_\_\_\_\_号；否则为\_\_\_\_\_号。

2-4-4 简述网孔电流法解题时电路中含有受控源时的处理方法。

2-4-5 简述网孔电流法的解题步骤。

2-4-6 用网孔电流法求解图 2-40 所示电路的网孔电流。

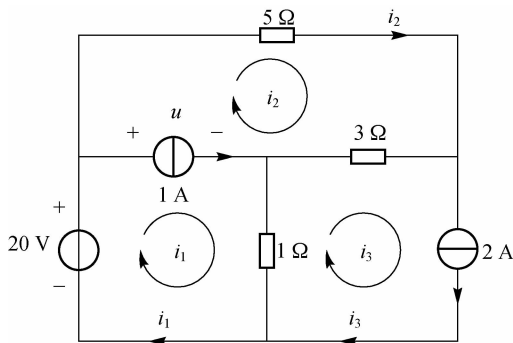


图 2-40 题 2-4-6 图

2-4-7 图 2-41 所示电路, 已知  $\mu=1$ ,  $\alpha=1$ , 试求网孔电流。

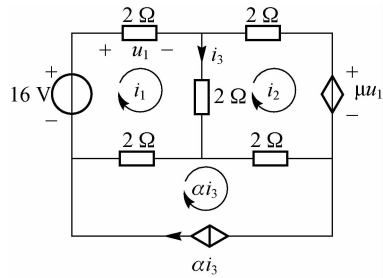


图 2-41 题 2-4-7 图

2-4-8 如图 2-42 所示电路, 试用网孔电流法求出图中的  $i_5$ 。

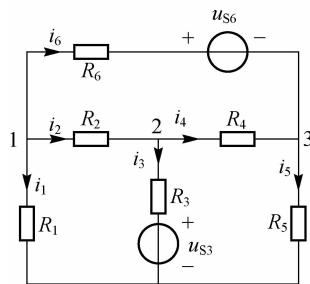


图 2-42 题 2-4-8 图

2-4-9 如图 2-43 所示电路, 试用网孔电流法求各支路电流。

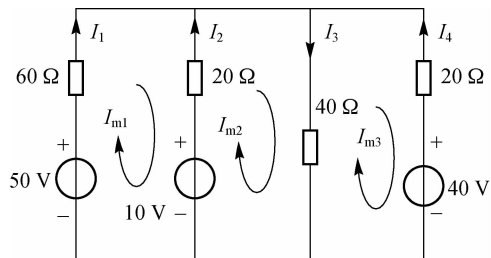


图 2-43 题 2-4-9 图

2-4-10 用网孔电流法求出图 2-44 所示电路中的电流  $I$ 。

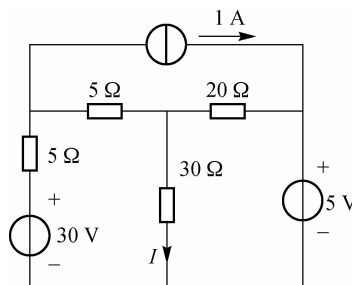


图 2-44 题 2-4-10 图



## 模块小结

(1) 叠加定理是指在线性电路中,任意一处的电流(或电压)响应,恒等于各个独立电源单独作用时在该处产生响应的叠加。

(2) 支路电流法是指对于一个复杂的直流电路,在已知电路中各电源及电阻参数的前提下,设各条支路电流为未知参量,根据基尔霍夫定律列出电路中的节点电流方程及回路电压方程。

(3) 列写支路电流方程的基本步骤:标定各支路电流(电压)的参考方向;选定 $n-1$ 个节点,列写其KCL方程;选定 $b-(n-1)$ 个独立回路,列写其KVL方程;求解上述方程,得到 $b$ 个支路电流;进一步计算支路电压和进行其他分析。

(4) 节点电压法是指以节点电压为未知量列写电路方程分析电路的方法。

(5) 节点电压法的步骤:选定参考节点;标出各节点电压,其参考方向总是独立节点为“+”,参考节点为“-”;用观察法列出全部 $n-1$ 个独立节点的节点电压方程;求解节点电压方程,得到各节点电压;选定支路电流和支路电压的参考方向,计算各支路电流和支路电压;根据题目要求,计算功率和其他量等。

(6) 网孔电流是指在每个网孔中,都有一个电流沿网孔边界环流,即网孔电流。网孔电流法是以网孔电流作为电路的独立变量的求解方法。它仅适用于平面电路。网孔电流法的主要思想是利用假想电流来实现的。