金典学案

ISBN 978-7-5131-9199-9

定价：35.00元

中等职业学校公共基础课程辅导用书

数学 金典学案（基础模块·下）

金典学案编写组 编

开明出版社

中等职业学校公共基础课程辅导用书

数学

金典学案

基础模块·下

金典学案编写组 编

- 梳理知识线
- 详解重难点
- 加强随堂练

开明出版社

中等职业学校公共基础课程辅导用书

数学

金典学案

基础模块・下

金典学案编写组　编

开明出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学金典学案：基础模块. 下 / 金典学案编写组编.
北京：开明出版社，2024. 7. — ISBN 978-7-5131-9199-9

Ⅰ. G634.603

中国国家版本馆 CIP 数据核字第 2024QQ7494 号

责任编辑：张薇薇

SHUXUE JINDIAN XUEAN(JICHU MOKUAI · XIA)

数学金典学案(基础模块 · 下)

金典学案编写组　编

出　　版：开明出版社
（北京市海淀区西三环北路 25 号　邮编 100089）
印　　刷：三河市骏杰印刷有限公司
开　　本：880 mm×1230 mm　1/16
印　　张：10.75
字　　数：242 千字
版　　次：2024 年 7 月第 1 版
印　　次：2024 年 7 月第 1 次印刷
定　　价：35.00 元

我们为什么要推出“金典学案”系列？

2020 年，教育部发布了中等职业学校语文、数学、英语、思想政治、历史等学科的课程标准，这些课程标准是指导中等职业学校（以下简称中职学校）教师教学和学生学习的重要指南。

2020 年版课程标准的制定是中职教育改革的重要举措，旨在培养适应社会发展需要的高素质劳动者和技能型人才，因此，该课程标准对中职学校教师的“教”与学生的“学”均提出了诸多新要求。

为了帮助广大中职学校的师生更准确地把握课程标准的精神，我们在深入研究课程标准、学科教材，以及各地职教高考的特点与发展趋势的基础上，精心编写了这套“金典学案”。

“金典学案”系列有什么特色？

“金典学案”的主体内容按照“课前预习—课中探究—课后巩固”的思路进行编写，包含各章测试卷、期中测试卷和期末测试卷。各部分的定位及使用方法建议如下表所示。

内容	定位	使用方法建议
课前预习	对课堂上将要讲解的知识进行重难点提示或提供背景介绍，帮助学生提前进入学习状态	学生自主学习，或在教师指导下学习
课中探究	辅助教师引导学生对课本知识进行应用、探究，帮助学生掌握学习的重难点，领会核心知识，提升核心素养	以教师引导为主，师生充分互动、探究，形式可多样化
课后巩固	针对课堂所讲解的知识点，辅以相应的练习题，帮助学生进行巩固提升，做到学以致用	可作为学生的随堂作业或课后作业
测试卷	参考考试常见题型命制独立试卷，重视对知识点的综合考查，阶段性地检测学生的学习成果	教师可组织学生进行集中测试，然后评分，最后做测试数据分析

衷心希望“金典学案”能为广大中职学校的师生提供有力的帮助，助力广大中职学子驶入成才“快车道”！

金典学案编写组

目录

CONTENTS

第5章

指数函数与对数函数

5.1 实数指数幂

5.1.1 有理数指数幂

学习目标

1. 通过阅读，理解并熟练叙述 n 次方根与分数指数幂的定义.

2. 通过讨论，总结出 n 次方根与分数指数幂之间的关系和转化.

3. 通过训练，能运用根式的性质进行简单的运算.

课前——知识·梳理

1. n 次方根

(1)定义：一般地，如果 $x^n=a(n\in\mathbf{N}^*$ 且 $n>1)$，那么 x 叫作 a 的 n 次方根.

(2)当 n 为偶数时，正数的 n 次方根有两个，即 $\sqrt[n]{a}$ 和 $-\sqrt[n]{a}$，其中 $\sqrt[n]{a}$ 是 a 的 n 次算术根；负数的 n 次方根没有意义.

(3)当 n 为奇数时，实数 a 的 n 次方根只有一个，记作 $\sqrt[n]{a}$.

(4)无论 n 为奇数还是偶数，0 的 n 次方根是 0.

2. n 次根式

(1)定义：形如 $\sqrt[n]{a}$（$n\in\mathbf{N}^*$ 且 $n>1$ ）的式子叫作 a 的 n 次根式，其中，a 叫作被开方数，n 叫作根指数.

(2)根式的运算性质：

$(\sqrt[n]{a})^n=a$；

$$\sqrt[n]{a^n}=\begin{cases}a, n\text{ 为奇数},\\ |a|, n\text{ 为偶数}.\end{cases}$$

3. 分数指数幂($n\in\mathbf{N}^*$ 且 $a\neq0$)

(1) $a^0=1, a^{-n}=\dfrac{1}{a^n}$.

(2)分数指数幂与根式的关系.

一般地，当 $m,n\in\mathbf{N}^*$，且 $n>1$ 时，规定：

①$a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}(a\geqslant 0)$.

②$a^{-\frac{m}{n}}=\frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}(a>0)$.

拓展:0 的正分数指数幂是 0;0 的负分数指数幂无意义.

课中——练习·探究

当堂检测

1. $-4^2=$ ( )

A. 8 B. -8 C. 16 D. -16

2. $\sqrt[3]{-8}=$ ( )

A. 2 B. -2 C. 4 D. -4

3. 16 的 4 次方根是 ( )

A. 2 B. -2 C. ± 2 D. $\pm\sqrt{2}$

4. 下列等式不成立的是 ( )

A. $\sqrt[4]{3^4}=3$ B. $\sqrt[4]{(-3)^4}=-3$

C. $\sqrt[4]{(-3)^4}=3$ D. $\left(\frac{1}{2}\right)^0=1$

5. 将下列各根式写成分数指数幂的形式.

(1)$\sqrt[3]{a^2}$; (2)$\left(\sqrt[3]{\frac{3}{5}}\right)^2$.

6. 将下列各分数指数幂写成根式的形式.

(1)$a^{\frac{4}{3}}$; (2)$a^{-\frac{2}{3}}$; (3)$7^{\frac{3}{4}}$.

归纳探究

若 $m,n\in\mathbf{N}^*$，且 $n>1$，使 $\sqrt[n]{a^m}$ 有意义，对 a 有何要求？

课后——巩固·提升

一、选择题

1. 下列根式中无意义的是 （　　）

A. $\sqrt[4]{3}$　　B. $\sqrt[3]{0}$

C. $\sqrt[4]{-2}$　　D. $\sqrt[3]{-2}$

2. $\pi^0=$ （　　）

A. 0　　B. 1

C. 3.14　　D. π

3. $\sqrt{(-3)^2}=$ （　　）

A. 3　　B. -3

C. 9　　D. -9

4. 8 的 3 次方根是 （　　）

A. 2　　B. -2

C. 2 或 -2　　D. $\sqrt{2}$

5. -16 的 4 次方根是 （　　）

A. 2　　B. -2

C. 2 或 -2　　D. 无意义的

6. 下列等式不成立的是 ( )

A. $(\sqrt{a})^2=a$　　B. $(\sqrt[3]{a})^3=a$

C. $\sqrt[4]{(3-\pi)^4}=\pi-3$　　D. $\sqrt{a^2}=a$

7. 把分数指数幂 $2^{-\frac{3}{4}}$ 化为根式的形式是 ( )

A. $\sqrt[4]{2^3}$　　B. $-\sqrt[4]{2^3}$

C. $\dfrac{1}{\sqrt[4]{2^3}}$　　D. $-\dfrac{1}{\sqrt[4]{2^3}}$

8. 已知 $x\neq 0$ 且 $\sqrt{4x^2}=-2x$，则有 ( )

A. $x<0$　　B. $x>0$

C. $x\geqslant 0$　　D. $x\leqslant 0$

9. $\sqrt[4]{81}=$ ( )

A. 3　　B. -3

C. ± 3　　D. ± 9

10. $\sqrt[3]{-64}=$ ( )

A. 4　　B. -4

C. ± 4　　D. -8

二、填空题

1. 计算：$\sqrt{4}=$__________.

2. 若 $\sqrt[4]{(a-1)^4}=a-1$，则实数 a 的取值范围是__________.

3. 化简：$\sqrt[3]{(4-a)^3}(a>4)=$__________.

4. 若 $x>3$，则 $\sqrt{x^2-6x+9}-|2-x|=$__________.

三、解答题

1. 将下列各分数指数幂写成根式的形式.

(1) $2a^{\frac{4}{3}}$；　　(2) $-2a^{\frac{3}{4}}$；　　(3) $2^{-\frac{4}{3}}$.

2. 将下列各根式写成分数指数幂的形式.

(1)$\sqrt[4]{a^3}$；(2)$\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$；(3)$\frac{1}{\sqrt[4]{8}}$.

5.1.2 实数指数幂

学习目标

1. 通过阅读，了解实数指数幂的含义并掌握其运算法则.
2. 通过训练，能熟练运用运算法则进行化简和计算.

课前——知识·梳理

实数指数幂的运算法则（$a>0,b>0$ 且 $m,n\in\mathbf{R}$）.

$a^m\cdot a^n=a^{m+n}$；

$(a^m)^n=a^{mn}$；

$(ab)^n=a^nb^n$.

课中——练习·探究

当堂检测

1. 计算下列各式.

(1)$8^{\frac{3}{5}}\times8^{\frac{2}{5}}$；(2)$8^{\frac{2}{3}}$；(3)$\left(\frac{3}{2}\right)^6\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^6$.

2. 化简下列各式.

(1) $(a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{4}})^3$；　　(2) $a \cdot a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{3}}$；　　(3) $\left(\frac{a}{b}\right)^3 \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^2$.

课后——巩固·提升

一、选择题

1. 若 $a>0$，则 $a^2 \cdot a^{-2}=$ （　　）

A. 0　　B. 1

C. -1　　D. a^{-1}

2. 若 $a>0$，则下列运算法则不成立的是 （　　）

A. $a^m a^n=a^{m+n}$　　B. $(a^m)^n=a^{m+n}$

C. $(ab)^n=a^n b^n$　　D. $\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$

3. 若 $3^m=2$，$3^n=5$，则 $3^{m+n}=$ （　　）

A. 5　　B. 2

C. 10　　D. 7

4. $\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[8]{2}=$ （　　）

A. $2^{\frac{3}{4}}$　　B. $2^{\frac{7}{8}}$

C. $\sqrt{2}$　　D. 2

5. 下列运算正确的是 （　　）

A. $2^{\frac{3}{4}} \cdot 2^{\frac{4}{3}}=1$　　B. $2^{\frac{3}{4}} \cdot 2^{\frac{4}{3}}=2$

C. $(2^{\frac{3}{4}})^{\frac{4}{3}}=1$　　D. $(2^{\frac{3}{4}})^{\frac{4}{3}}=2$

6. 已知 $a>0$，$b>0$，$4^a=b^2=16$，则 $2^{a-b}=$ （　　）

A. $\frac{8}{3}$　　B. $\frac{1}{4}$

C. 24　　D. $\frac{1}{24}$

7. $\left(\frac{9}{25}\right)^{-\frac{1}{2}}+27^{-\frac{1}{3}}=$ （　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. 2

C. $\frac{5}{18}$　　D. $\frac{18}{5}$

8. 已知 $a>0$，则 $a^{\frac{1}{4}}\cdot a^{-\frac{3}{4}}=$ （　　）

A. $a^{-\frac{1}{2}}$　　B. $a^{-\frac{3}{16}}$

C. $a^{\frac{1}{2}}$　　D. a

9. $(\sqrt{2})^{0}-(1-0.5^{-2})\div\left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{2}{3}}=$ （　　）

A. $-\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{4}{3}$　　D. $\frac{7}{3}$

10. 如果 $4^{x}=3$，$2^{y}=\frac{8}{3}$，那么 $2x+y=$ （　　）

A. 8　　B. 3

C. 1　　D. 2

二、填空题

1. $\left(-\frac{27}{8}\right)^{\frac{1}{3}}=$____________.

2. $[(-\sqrt{2})^{-4}]^{-\frac{1}{2}}=$____________.

3. 设 $a>0$，$b>0$，则 $(a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{3}{4}})^{12}=$____________.

4. $12^{3}\times3^{-3}\times(2^{-3})=$____________.

5. $(10-6\times2\ 024^{0})^{-2}=$____________.

三、解答题

1. 化简下列各题.

(1) $(a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{6}})^{6}$；

(2)$(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})^2$;

(3)$(2a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{2}})(-6a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{3}})\div(-3a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{5}{6}})$.

2.计算下列各题.

(1)$\sqrt{3}\times\sqrt[3]{9}\times\sqrt[6]{27}$;

(2)$\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}-4\times(-2)^{-3}+\left(\frac{1}{4}\right)^{0}-9^{-\frac{1}{2}}$.

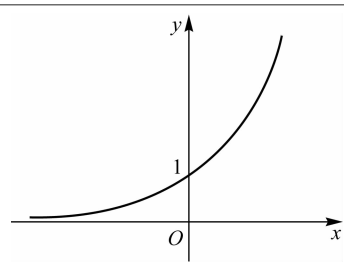
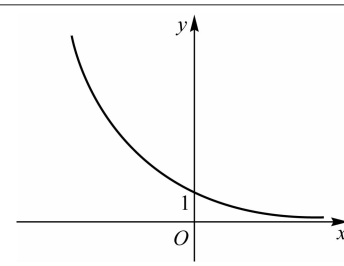
5.2 指数函数

学习目标

1. 通过阅读，能正确理解和判断指数函数.
2. 通过对指数函数图像的观察及讨论，总结出指数函数的性质.
3. 通过训练，进一步加深对指数函数的认识和应用.

课前——知识·梳理

指数函数的图像和性质如下表所示.

<table>
<tr><td>定义</td><td colspan="2">形如 $y=a^x(a>0$ 且 $a\neq1)$ 的函数称为指数函数</td></tr>
<tr><td>特点</td><td>$a>1$</td><td>$0<a<1$</td></tr>
<tr><td>图像</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td rowspan="4">性质</td><td colspan="2">定义域：$(-\infty,+\infty)$；值域：$(0,+\infty)$</td></tr>
<tr><td colspan="2">图像过点 $(0,1)$</td></tr>
<tr><td>在 $(-\infty,+\infty)$ 上是增函数</td><td>在 $(-\infty,+\infty)$ 上是减函数</td></tr>
<tr><td>当 $x<0$ 时，$0<y<1$；
当 $x>0$ 时，$y>1$</td><td>当 $x<0$ 时，$y>1$；
当 $x>0$ 时，$0<y<1$</td></tr>
</table>

课中——练习·探究

当堂检测

1. 判断下列函数是否为指数函数，是的画“√”，不是的画“×”.

(1) $y=x^2$ （　　）

(2) $y=x^{-2}$ （　　）

(3) $y=2^x$ （　　）

(4) $y=3\times2^x$ （　　）

(5) $y=0.2^x$　(　　)

2. 判断下列指数函数在$(-\infty,+\infty)$内的单调性.

(1) $y=0.8^x$是(　　)函数.

(2) $y=2.5^x$是(　　)函数.

3. 比较大小.

$0.8^{2.1}$ ________ $0.8^{2.6}$　　$0.8^{-1.1}$ ________ $0.8^{-2.1}$

$2.5^{1.4}$ ________ $2.5^{1.3}$　　$2.5^{-1.4}$ ________ $2.5^{-1.3}$

归纳探究

小组讨论:为什么在指数函数定义中,规定 $a>0$ 且 $a\neq1$?

课后——巩固·提升

一、选择题

1. 下列函数是指数函数的是　(　　)

A. $y=x$　　B. $y=x^3$

C. $y=3^x$　　D. $y=(-3)^x$

2. 下列函数在$(-\infty,+\infty)$内是增函数的是　(　　)

A. $y=0.3^x$　　B. $y=2^x$

C. $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$　　D. $y=3^{-x}$

3. 下列函数在$(-\infty,+\infty)$内是减函数的是　(　　)

A. $y=3^x$　　B. $y=2^x$

C. $y=10^x$　　D. $y=2^{-x}$

4. 函数 $y=3^x$的图像一定经过点　(　　)

A. (0,0)　　B. (0,1)

C. (1,1)　　D. (1,0)

5. 函数 $y=0.2^x$　(　　)

A. 在 **R** 内是增函数　　B. 在$(0,+\infty)$内是增函数

C. 在 **R** 内是减函数　　D. 在$(-\infty,0)$内是增函数

6. 函数 $y=\left(\frac{4}{3}\right)^{x}$ 的　　（　　）

A. 定义域是$(-\infty,+\infty)$，值域是$(-\infty,+\infty)$

B. 定义域是$(0,+\infty)$，值域是$(0,+\infty)$

C. 定义域是$(0,+\infty)$，值域是$(-\infty,+\infty)$

D. 定义域是$(-\infty,+\infty)$，值域是$(0,+\infty)$

7. 若函数 $y=a^{x}$是减函数，则 a 的取值范围是　　（　　）

A. $a>0$　　B. $a<0$

C. $0<a<1$　　D. $a>1$

8. 若函数 $y=a^{x}$是增函数，则 a 的取值范围是　　（　　）

A. $a>0$　　B. $a<0$

C. $0<a<1$　　D. $a>1$

二、填空题

1. 比较大小：$0.7^{2.1}$________ $0.7^{2.2}$，$1.9^{-3.5}$________ $1.9^{-2.9}$.

2. 若$\left(\frac{3}{4}\right)^{3}>\left(\frac{3}{4}\right)^{x}$，则 x 的取值范围为________________.

3. 若 $3^{x-1}<1$，则 x 的取值范围为________________.

4. 若 $a^{2}<a^{3}$，则 a 的取值范围为________________.

5. $y=\left(\frac{5}{2}\right)^{x}$ 在$(-\infty,+\infty)$内是________ 函数.（填“增”或“减”）

6. 若指数函数 $y=a^{x}$的图像过点$(2,9)$，则 $a=$________.

7. 函数 $y=2^{x}$与 $y=2^{-x}$的图像关于________ 对称.

三、解答题

1. 求下列函数的定义域.

(1)$y=\sqrt{2^{x}-8}$；　　(2)$y=\frac{\sqrt{2x-4}}{\sqrt{2^{x}-1}}$.

2. 已知指数函数 $f(x)=a^x$ 经过点(3,8).

(1)求该函数的解析式；

(2)判断该函数的单调性；

(3)求 $f(-3)$ 的值.

3. 比较下列各组数中两个数的大小：

(1)$1.5^{2.5}$,$1.5^{3.2}$；

(2)$0.5^{-1.2}$,$0.5^{-1.5}$；

(3)$1.2^{0.3}$,$0.8^{1.2}$.

4. 已知函数 $f(x)=a^x+1(a>1)$ 在区间$[0,2]$上的最大值与最小值之和为 7.

(1)求 a 的值；

(2)证明：函数 $F(x)=f(x)-f(-x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的增函数.

5.3 对　　数

5.3.1 对数的概念

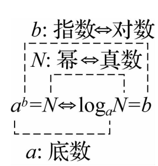
学习目标

1. 通过阅读，理解并熟练地叙述对数的含义.
2. 通过小组讨论，总结并掌握对数式与指数式的相互转化.
3. 通过训练，进一步掌握对数的性质的应用.
4. 通过阅读，了解常用对数与自然对数的含义.
5. 通过阅读，能掌握常用对数与自然对数正确的表示格式与读法.
6. 通过训练，进一步掌握常用对数与自然对数的应用.

课前——知识·梳理

1. 对数：如果 $a^b=N(a>0$ 且 $a\neq 1)$，那么把 b 叫作以 a 为底 N 的对数，记作 $b=\log_a N$. 其中，a 叫作对数的底，N 叫作真数.

2. 指数式与对数式的转换：



3. 对数的性质（$a>0$ 且 $a\neq 1$）

(1) $\log_a 1=0$；

(2) $\log_a a=1$；

(3) $N>0$，即零和负数没有对数.

4. 常用对数：是指以 10 为底的对数，记作 $\log_{10} N$，简记为 $\lg N$.

5. 自然对数：是指以无理数 e 为底的对数，记作 $\log_{e} N$，简记为 $\ln N$. 自然对数经常使用于科学研究和工程计算中.

课中——练习·探究

当堂检测

1. 用文字叙述下列等式.

$2^3=8$　读作________________________；

$\log_2 8=3$　读作________________________；

$10^3=1\ 000$　读作________________________；

$\lg 1\ 000=3$　读作________________________.

2. 把下列指数式写成对数式.

$27^{\frac{1}{3}}=3\Leftrightarrow$________________；　$2^{-2}=\frac{1}{4}\Leftrightarrow$________________；

$10^2=100\Leftrightarrow$________________；　$10^{-1}=\frac{1}{10}\Leftrightarrow$________________.

3. 把下列对数式写成指数式.

$\log_2 16=4\Leftrightarrow$________________；　$\log_3 \frac{1}{3}=-1\Leftrightarrow$________________；

$\lg 1\ 000=3\Leftrightarrow$________________；　$\ln e^2=2\Leftrightarrow$________________.

4. 计算.

$\log_{0.2}0.2=$________；　$\log_{100}100=$________；

$\log_7 1=$________；　$\log_{\frac{1}{3}}1=$________；

$\lg 1=$________；　$\lg 10=$________；

$\ln 1=$________；　$\ln e=$________.

归纳探究

下列等式成立吗？请说出理由.

$\log_{(-7)}1=0$；　$\log_{(-2)}(-2)=1$；　$\lg(-1)=0$；　$\ln(-e)=-1$.

课后——巩固·提升

一、选择题

1. lg 7 是以________为底的对数.　（　　）

A. 1　　B. 7　　C. 10　　D. e

2. ln 2 是以________为底的对数.（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 10　　D. e

3. 下列表示方法不正确的是（　　）

A. $\log_{10}5$　　B. $\log 5$

C. $\lg 5$　　D. $\ln 5$

4. 下列表示方法正确的是（　　）

A. $\log_2(-5)$　　B. $\log_{(-2)}8$

C. $\lg(-7)$　　D. $\ln e^2$

5. 下列等式不正确的是（　　）

A. $\log_2 2=1$　　B. $\lg(-10)=-1$

C. $\lg 10=1$　　D. $\ln 1=0$

6. 下列指数式与对数式的互化中，不正确的是（　　）

A. $10^0=1$ 与 $\lg 1=0$　　B. $27^{-\frac{1}{3}}=\frac{1}{3}$ 与 $\log_{27}\frac{1}{3}=-\frac{1}{3}$

C. $\log_3 9=2$ 与 $9^{\frac{1}{2}}=3$　　D. $\log_5 5=1$ 与 $5^1=5$

7. 在 $b=\log_{(a-2)}(5-a)$ 中，实数 a 的取值范围是（　　）

A. $a>5$ 或 $a<2$　　B. $2<a<5$

C. $2<a<3$ 或 $3<a<5$　　D. $3<a<5$

8. 将 $\log_3 0.81=x$ 化成指数式可表示为（　　）

A. $3^x=0.81$　　B. $x^{0.81}=3$

C. $3^{0.81}=x$　　D. $0.81^3=x$

9. $27^{\frac{2}{3}}+\lg 0.01=$（　　）

A. 11　　B. 7　　C. 0　　D. 6

10. 若 $\log_3(x-2)=2^{y-3}=1$，则 $x+y=$（　　）

A. 2　　B. 3　　C. 5　　D. 8

二、填空题

1. 计算下列各式.

$\log_2 1=$________；$\log_9 9=$________；$\log_{\frac{1}{5}}1=$________；$\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{2}=$________；

$\lg 10\,000=$________；$\lg 0.001=$________；$\ln\frac{1}{e}=$________；$\ln e^3=$________.

2. 对数的基本性质（$a>0$ 且 $a\neq1$）：(1) $\log_a 1=$__________；(2) $\log_a a=$__________；(3) 负数和 0 没有__________.

3. 计算：$\log_{\frac{1}{5}}25+16^{\frac{1}{4}}=$__________.

4. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}-\log_2 x, x>0,\\ 2^x, x\leqslant 0,\end{cases}$ 则 $f[f(8)]=$__________.

5. 若 $\log_7[\log_3(\log_2 x)]=0$,则 $x=$________.

三、解答题

1. 把下列指数式写成对数式.

(1)$e^{-2}=x$；　　(2)$10^x=5$；　　(3)$4^{-2}=\frac{1}{16}$；　　(4)$\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$.

2. 把下列对数式写成指数式.

(1)$\log_2\frac{1}{16}=-4$；　　(2)$\log_5\frac{1}{5}=-1$；　　(3)$\lg 100=2$；　　(4)$\ln\frac{1}{e}=-1$.

3. 求下列等式中 x 的值.

(1)$\lg x=-1$；　　(2)$\ln x=2$.

5.3.2　积、商、幂的对数

学习目标

1. 通过阅读，理解并熟练叙述积、商、幂的对数的运算法则.
2. 通过讨论，总结其运算法则的使用范围.
3. 通过训练，能运用其运算法则解决有关问题.

课前——知识·梳理

1. 积、商、幂的对数的运算法则

如果 $a>0$ 且 $a\neq 1$，$M>0$，$N>0$，那么

(1) $\log_a(MN)=\log_a M+\log_a N$；

(2) $\log_a \dfrac{M}{N}=\log_a M-\log_a N$；

(3) $\log_a M^n=n\log_a M$.

2. 换底公式

如果 $a>0$ 且 $a\neq 1$，$b>0$，那么 $\log_a b=\dfrac{\log_c b}{\log_c a}=\dfrac{\lg b}{\lg a}$（$c>0$ 且 $c\neq 1$）.

课中——练习·探究

当堂检测

1. 用 $\lg x$，$\lg y$，$\lg z$ 表示下列各式.

(1) $\lg x^2$；　　(2) $\lg(x^2y^2z)$；　　(3) $\lg \dfrac{x^2}{yz}$.

2. 计算.

(1)$\log_2 16-\log_2 8$；　　(2)$\lg 2+\lg 5$；　　(3)$\log_2 8$.

归纳探究

当 $a>0$ 且 $a\neq 1$，$M>0$，$N>0$ 时，讨论下列等式是否正确并证明：

1. $\lg \sqrt[n]{M}=\frac{1}{n}\lg M$.

2. $\log_{a^n} M^m=\frac{m}{n}\log_a M$.

3. $a^{\log_a N}=N$.

课后——巩固·提升

一、选择题

1. 若 $M>0$，$N>0$，则下列等式成立的是　　(　　)

A. $\lg(M+N)=\lg M+\lg N$　　B. $\lg(M-N)=\lg M-\lg N$

C. $\lg(MN)=\lg M\cdot\lg N$　　D. $\lg(MN)=\lg M+\lg N$

2. 若 $M>0$，$N>0$，则下列等式不成立的是　　(　　)

A. $\lg \sqrt[3]{N}=\frac{1}{3}\lg N$　　B. $\log_a M^n=(\log_a M)^n$

C. $\log_a \frac{N}{M}=\log_a N-\log_a M$　　D. $\log_a M^n=n\log_a M$

3. $\log_2 16=$ （　　）

A. 4　　B. 8

C. 16　　D. 32

4. $\log_3 27-\log_3 9=$ （　　）

A. $\log_3 18$　　B. $\frac{3}{2}$

C. 2　　D. 1

5. 下列结论错误的是 （　　）

A. $\log_2 \frac{1}{8}=-3$　　B. $\log_5 1=0$

C. $\log_7 7=1$　　D. $\log_4 8=2$

6. 若 $\lg x=\lg a+2\lg b-3\lg c$，则 $x=$ （　　）

A. $a+2b-3c$　　B. $a+b^2-c^3$

C. $\frac{ab^2}{c^3}$　　D. $\frac{2ab}{3c}$

7. 若 $\lg 2-\lg m=1$，则 $m=$ （　　）

A. $\frac{1}{10}$　　B. $\frac{1}{5}$

C. $\sqrt{5}$　　D. 5

8. $(\lg 2)^2+\lg 2\times\lg 50-\lg 4=$ （　　）

A. 2　　B. 0

C. $\lg \frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{4}$

9. $\log_6 2+\log_6 3=$ （　　）

A. 0　　B. 1

C. 2　　D. 3

10. $3^{1+\log_3 2}+\lg 1-\ln e^3$ 的值为 （　　）

A. -1　　B. 1

C. 2　　D. 3

二、填空题

1. 计算.

$\log_{3.1} 1=$________；　$\ln e^{-2}=$________；　$\lg 100=$________；

$\lg \sqrt[5]{100}=$________；　$\log_3(27\times 81)=$________；　$\log_{0.1} 0.001=$________；

$\lg 20-\lg 2=$________；　$\log_3 5+\log_3 \frac{1}{5}=$________；　$\lg 4+2\lg 5=$________.

2. $\log_3(\log_2 8)=$________ .

3. $\log_3 5\cdot\log_5 7\cdot\log_7 3=$________.

4. $2^{1+\frac{1}{2}\log_2 5}$的值等于________.

三、解答题

1. 用 $\lg x,\lg y,\lg z$ 表示下列各式.

(1)$\lg\sqrt{x}$；　　(2)$\lg\left(\frac{y}{x}\right)^2$；　　(3)$\lg\frac{x^2\sqrt{y}}{z^3}$.

2. 求下列各式的值.

(1)$\log_2(4\times2^5)$；　　(2)$\log_{30}1+\log_6 36-2\log_7 7$；

(3)$2\lg 3+\lg 7+\lg\frac{25}{7}-\lg\frac{9}{4}+\ln 1$.

3. 设 $\lg 2=a,\lg 3=b$,用 a,b 表示 $\log_5 12$.

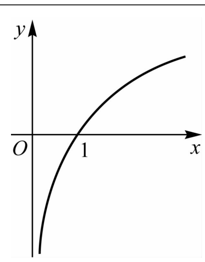
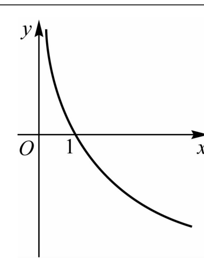
5.4 对数函数

学习目标

1. 通过阅读，能正确理解对数函数的定义和对数函数的判定.
2. 通过对对数函数图像的观察及讨论，总结出对数函数的性质.
3. 通过训练，进一步加深对对数函数的认识和应用.

课前——知识·梳理

对数函数的图像和性质如下表所示.

<table>
<tr><td>定义</td><td colspan="2">形如 $y=\log_a x$（$a>0$ 且 $a\neq 1$）的函数称为对数函数</td></tr>
<tr><td>特点</td><td>$a>1$</td><td>$0<a<1$</td></tr>
<tr><td>图像</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="4">性质</td><td colspan="2">定义域：$(0,+\infty)$；值域：$(-\infty,+\infty)$</td></tr>
<tr><td colspan="2">图像过点$(1,0)$</td></tr>
<tr><td>在$(0,+\infty)$上是增函数</td><td>在$(0,+\infty)$上是减函数</td></tr>
<tr><td>当 $0<x<1$ 时，$y<0$；
当 $x>1$ 时，$y>0$</td><td>当 $0<x<1$ 时，$y>0$；
当 $x>1$ 时，$y<0$</td></tr>
</table>

课中——练习·探究

当堂检测

1. 判断下列函数是否是对数函数，是的画“√”，不是的画“×”.

(1) $y=\log_2 x^2$　　(　　)

(2) $y=\log_{(-2)} x$　　(　　)

(3) $y=\log_x 6$　　(　　)

(4) $y=3\log_2 x$　　(　　)

(5) $y=\log_{\sqrt{2}}x$　　(　　)

2. 判断下列对数函数在$(0,+\infty)$上的单调性.

(1) $y=\log_2x$ 是(　　)函数.

(2) $y=\log_{0.2}x$ 是(　　)函数.

3. 比较大小.

$\log_2 3.1$ ________ $\log_2 3.2$　　　　$\log_{0.3}5$ ________ $\log_{0.3}6$

归纳探究

小组讨论:为什么在对数函数的定义中,规定 $a>0$ 且 $a\neq1$?

课后——巩固·提升

一、选择题

1. 下列函数是对数函数的是　　(　　)

A. $y=\log_{(-5)}x$　　B. $y=\log_1x$

C. $y=\log_2x$　　D. $y=\log_x2$

2. 下列函数在$(0,+\infty)$上是减函数的是　　(　　)

A. $y=\log_3x$　　B. $y=\log_{0.2}x$

C. $y=\ln x$　　D. $y=\lg x$

3. 下列函数在$(0,+\infty)$上是增函数的是　　(　　)

A. $y=\log_3x$　　B. $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$

C. $y=x^{-2}$　　D. $y=3^{-x}$

4. 函数 $y=\log_5x$ 的图像一定经过点　　(　　)

A. $(0,0)$　　B. $(0,1)$

C. $(1,1)$　　D. $(1,0)$

5. 函数 $y=\log_{\frac{1}{2}}x$　　(　　)

A. 在 $\mathbf{R}$ 内是增函数　　B. 在$(0,+\infty)$内是增函数

C. 在 $\mathbf{R}$ 内是减函数　　D. 在$(0,+\infty)$内是减函数

6. 函数 $y=\lg x$ 的　　（　　）

A. 定义域是$(-\infty,+\infty)$,值域是$(-\infty,+\infty)$

B. 定义域是$(0,+\infty)$,值域是$(0,+\infty)$

C. 定义域是$(0,+\infty)$,值域是$(-\infty,+\infty)$

D. 定义域是$(-\infty,+\infty)$,值域是$(0,+\infty)$

7. 若函数 $y=\log_a x$ 在$(0,+\infty)$内是减函数,则 a 的取值范围是　　（　　）

A. $a>0$　　B. $a<0$

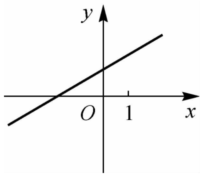
C. $0<a<1$　　D. $a>1$

8. 对数函数的图像一定过　　（　　）

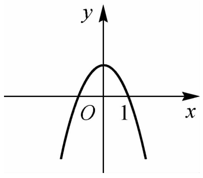
A. 第一、二象限　　B. 第一、三象限

C. 第一、四象限　　D. 第二、三象限

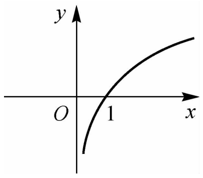
9. 下列图像中,最有可能是 $y=\log_2 x$ 的图像是　　（　　）



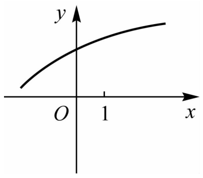
A



B



C



D

10. 已知 $a>1$,函数 $y=\log_a x$ 在区间$[a,3a]$上的最大值与最小值的差为 2,则 $a=$　（　　）

A. 9　　B. 3

C. 2　　D. $\sqrt{3}$

二、填空题

1. 比较大小:$\log_4 2$ ________ $\log_4 3$,$\log_{0.4} 2$ ________ $\log_{0.4} 3$.

2. 若 $\log_7 x>\log_7 6$,则 x 的取值范围为________________.

3. 若 $\log_a 2<\log_a 3$,则 a 的取值范围为________________.

4. 若对数函数 $y=\log_a x$ 的图像过点$(9,2)$,则 $a=$________________.

5. 用“<”把 $\log_2 3$,$\log_2 1$ 和 $\log_{0.2} 2$ 连接起来为________________.

三、解答题

1. 求下列函数的定义域.

(1) $y=\log_2(3x-6)$；　　　　(2) $y=\dfrac{1}{\lg x-1}$.

2. 已知对数函数 $f(x)=\log_a x$ 经过点 $(8,3)$.

(1)求该函数的解析式；

(2)判断该函数的单调性；

(3)求 $f(16)$ 的值.

3. 比较下列各题中两个值的大小.

(1) $\log_2 3.4$，$\log_2 8.5$；

(2) $\log_{0.3} 1.8$，$\log_{0.3} 2.7$；

(3) $\log_a 5.1$，$\log_a 5.9$.

4. 已知函数 $f(x)=\log_a x$（$a>0$ 且 $a\neq1$）的图像过点$(4,2)$.

(1)求 a 的值；

(2)求不等式 $f(1+x)<f(1-x)$的解集.

5.5 指数函数与对数函数的应用

学习目标

1. 通过阅读，了解指数函数模型与对数函数模型.
2. 通过训练，进一步了解指数函数与对数函数的应用.

课前 —— 知识 · 梳理

解应用题的步骤如下：

(1)审题，了解问题背景，寻找实际问题与函数知识的结合点，分析题中的数量关系.

(2)建立数学模型.

(3)建立方程.

(4)解方程，把数学问题还原为实际问题.

课中 —— 练习 · 探究

当堂检测

1. 某细胞每 30 分钟裂变一次，分裂成两个细胞，那么 3 个小时后，这个细胞可分裂到多少个？

2. 为了提高教师的待遇，国家计划每年将教师工资提高 5%，若张老师现在年收入 10 万元，问大约经过多少年张老师的工资可翻一番？

归纳探究

讨论总结解决对数函数问题的步骤.

课后——巩固·提升

解答题

1. 为响应国家号召，我国西北地区将对 3 万公顷荒地进行绿化，从 2024 年起每年将荒地的百分之二十种植树木，经过 4 年后还有多少荒地需要绿化？

2. 某工厂购买了一套价值 100 万元的设备，若年折旧率为 10%，问经过多少年后设备的价值仅为原来的一半？

3. 一件价值为 200 万元的清代文物，每年升值 10%，问多少年后该文物的价值约 400 万元？

4. 抽气机每次抽出容器内空气的 60%，设原来容器内空气为 1，通过 x 次抽气后容器内空气为 y.

(1)写出 y 关于 x 的函数关系式；

(2)若使容器内的空气少于原来的 0.1%，则至少要抽几次？（参考数据：$\lg 2\approx 0.3010$）

5.某城市现有人口总数100万人，如果年自然增长率为1.2％，试解答下面的问题.

(1)设x年后该城市的人口总数为y万人，写出y与x的函数关系式；

(2)计算10年以后该城市的人口总数.(精确到0.1万人)

6.有一种放射性物质镭，经过100年后残留量是原来的95.76％，试计算它的半衰期.(保留四位有效数字)

课外——拓展·阅读

指数爆炸——折叠最多对折次数

一张纸对折一次，厚度变成原来的 2 倍．再对折第二次，变为原来的 2 的 2 次方倍即 4 倍．以此类推，假设纸的厚度为 0.1 mm，则对折 24 次以后，厚度超过 1 千米；对折 39 次达 55 000 千米，超过地球赤道长度；对折 42 次达 44 万千米，超过地球至月球的距离；对折 51 次达 2.2 亿千米，超过地球至太阳的距离；对折 82 次为 51 113 光年，超过银河系半径的长度．不过，这只是一个不符合实际的数学理论推理数字．那么在现实生活中，一张纸究竟能折多少次呢？如果纸为正方形，边长为 a，厚度为 h，当折叠一次的时候，折叠边长不变，厚度为 2 倍的 h，折叠两次的时候，折叠边长为原边长的二分之一，厚度变为 4 倍的 h，就这样折叠下去，可以推出一个公式：当折叠次数 n 为偶数时，折叠边长为 $\frac{a}{2^{0.5n}}$，厚度变为 $2^n h$，当满足 $n>\frac{2}{3}\left(\log_2\frac{a}{h}-1\right)$ 时无法折叠．根据一般纸张的状况，厚度大约为 0.1 mm，边长为 1 m 时，根据以上公式，可以得出 $n>8.1918$ 时无法折叠，这意味着对于厚度大约为 0.1 mm，边长为 1 m 的正方形纸，只能折叠 8 次．但 8 次人类是很难办到的，只能依靠机器．所以，一张纸最多能对折多少次实际是一个变数，它取决于纸张的实际厚度与大小．在现实生活中，一张普通的 A4 纸，一般人可以折到 6 次，厉害的人可以折到 7 次．

第 5 章单元测试卷(A)

一、选择题(本大题共 10 小题,每小题 4 分,共 40 分)

1. 若 $a>0$,则 $a^3 \cdot a^{-3}=$ (　　)

A. 0　　B. 1　　C. -1　　D. a^{-1}

2. $\sqrt[4]{(-2)^4}$的运算结果是 (　　)

A. 2　　B. -2　　C. ± 2　　D. 不确定

3. 下列函数是指数函数的是 (　　)

A. $y=2x$　　B. $y=x^2$　　C. $y=3^x$　　D. $y=(-3)^x$

4. 若$(1-2x)^{-\frac{1}{2}}$有意义,则 x 的取值范围是 (　　)

A. $x\in\mathbf{R}$　　B. $x\in\mathbf{R}$ 且 $x\neq\frac{1}{2}$　　C. $x>\frac{1}{2}$　　D. $x<\frac{1}{2}$

5. 函数 $y=\log_3 x$ 的图像一定经过点 (　　)

A. $(0,0)$　　B. $(0,1)$　　C. $(1,1)$　　D. $(1,0)$

6. 函数 $y=\log_2 x$ 与 $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ 的图像关于 (　　)

A. x 轴对称　　B. y 轴对称　　C. 原点对称　　D. 直线 $y=x$ 对称

7. 函数 $y=\dfrac{1}{\sqrt{\log_{0.5}(4x-3)}}$的定义域为 (　　)

A. $\left(\frac{3}{4},1\right)$　　B. $\left(\frac{3}{4},+\infty\right)$　　C. $(1,+\infty)$　　D. $\left(\frac{3}{4},1\right)\cup(1,+\infty)$

8. 已知 $0<a<1$,$b<-1$,则函数 $f(x)=a^x+b$ 的图像不经过 (　　)

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

9. 若$\left(\frac{1}{2}\right)^{2a+1}<\left(\frac{1}{2}\right)^{3-2a}$,则实数 a 的取值范围为 (　　)

A. $(1,+\infty)$　　B. $\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$　　C. $(-\infty,1)$　　D. $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right)$

10. 设 $a=\log_{\frac{1}{3}}2$,$b=\log_{\frac{1}{3}}3$,$c=\left(\frac{1}{2}\right)^{0.3}$,则 (　　)

A. $a<b<c$　　B. $a<c<b$　　C. $b<c<a$　　D. $b<a<c$

二、填空题(本大题共 6 小题,每小题 4 分,共 24 分)

1. 设 $a>0$,$b>0$,$(a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{3}{4}})^{12}=$____________.

2. 已知幂函数的解析式是 $y=x^{\frac{1}{2}}$,则当 $x=4$ 时,$y=$____________.

3. 若指数函数 $y=a^x$ 的图像过点$(2,4)$,则 $a=$____________.

4. $\lg 20+\log_{100}25=$____________.

5. 若 $3^a=2$,则 $\log_3 8-2\log_3 6=$____________.

6. 方程 $2^{\log_3 x}=\frac{1}{4}$的解是____________.

三、解答题(本大题共 4 小题,第 1 小题 8 分,第 2 小题 10 分,第 3,4 小题每小题 9 分,共 36 分)

1. 计算.

(1)$(-1.8)^0+(1.5)^{-2}\times\left(3\frac{3}{8}\right)^{\frac{2}{3}}+9^{\frac{3}{2}}$;

(2)$\log_{30}1+\log_6 36-2\log_7 7+\lg 4+2\lg 5+\ln e^{-4}$.

2.求下列函数的定义域.

(1)$f(x)=\sqrt{2^x-16}$;

(2)$f(x)=\frac{1}{\log_2(-x^2+4x-3)}$.

3.已知对数函数 $f(x)=\log_a x$ 的图像经过点(16,2).

(1)求该函数的解析式;

(2)求 $f(64)$的值.

4.某纯净水制造厂在净化水的过程中,每增加一次过滤可减少水中杂质的 20%,要使水中杂质减少到原来的 5%以下,求至少需要过滤几次?(参考数据:lg 2≈0.301 0,lg 3≈0.477 1)

第 5 章单元测试卷(B)

一、选择题(本大题共 10 小题,每小题 4 分,共 40 分)

1. 下列运算中正确的是 (　　).

A. $2^{\frac{5}{3}}\times 2^{\frac{3}{5}}=2$　　B. $2^{\frac{5}{3}}\div 2^{\frac{3}{5}}=2$　　C. $(2^{\frac{5}{3}})^{\frac{3}{5}}=2$　　D. $2^{-\frac{3}{5}}\times 2^{\frac{3}{5}}=0$

2. 下列函数中,定义域为$(0,+\infty)$的是 (　　).

A. $y=\frac{1}{\sqrt{x}}$　　B. $y=\sqrt{x}$

C. $y=\frac{1}{x^2}$　　D. $y=\frac{1}{2^x}$

3. 下列各函数为指数函数的是 (　　).

A. $y=5\cdot 3^x$　　B. $y=x^3$

C. $y=2^x$　　D. $y=(-3)^x$

4. 某城市现有人口 100 万,根据最近 20 年的统计资料,这个城市的人口的年自然增长率为 1.2%,按这个增长率计算,10 年后这个城市的人口预计有 (　　)

A. 100×0.012^{10}万　　B. $100\times(1+1.2\%)^{10}$万

C. $100\times(1-1.2\%)^{10}$万　　D. 100×1.2^{10}万

5. 化简 $a+\sqrt[4]{(1-a)^4}$的结果是 (　　)

A. 1　　B. $2a-1$

C. 1 或 $2a-1$　　D. 0

6. 函数 $y=2.25^x$ 的图像经过点 (　　)

A. (0,1)　　B. (1,0)

C. (1,1)　　D. (2.25,1)

7. 函数 $y=8^{-x}$是 (　　)

A. 奇函数　　B. 偶函数

C. 减函数　　D. 增函数

8. $(-2)^{100}+(-2)^{101}$等于 (　　)

A. -1　　B. 2^{100}

C. $(-2)^{101}$　　D. -2^{100}

9. 函数 $y=\sqrt{x(x-1)}-\lg\frac{1}{x}$的定义域是 (　　)

A. $\{x|x>0\}$　　B. $\{x|x\geqslant 1\}$

C. $\{x|x\geqslant 1$ 或 $x<0\}$　　D. $\{x|0<x\leqslant 1\}$

10. $0.9^{0.3}$,$\log_3\pi$,$\log_{20}0.9$ 的大小关系为 (　　)

A. $\log_{20}0.9<0.9^{0.3}<\log_3\pi$　　B. $\log_{20}0.9<\log_3\pi<0.9^{0.3}$

C. $0.9^{0.3}<\log_{20}0.9<\log_3\pi$　　D. $\log_3\pi<\log_{20}0.9<0.9^{0.3}$

二、填空题(本大题共 6 小题,每小题 4 分,共 24 分)

1. $\left(\frac{64}{49}\right)^{-\frac{1}{2}}+\left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{2}{3}}=$____________.

2. 计算:$\lg 4+2\lg 5-(\sqrt{3}+1)^0=$____________.

3. 函数 $y=\lg(4-x)$的定义域为____________.

4. 指数函数 $f(x)=(a-1)^x$ 在 **R** 上是增函数,则 a 的取值范围是____________.

5. 若 $\log_2[\log_2(\log_2 x)]=1$,则 $x=$____________.

6. 已知函数 $f(x)$是指数函数,如果 $f(3)=9f(1)$,那么 $f(8)$____________ $f(4)$.(填“>”“<”或“=”)

三、解答题(本大题共 4 小题,每小题 9 分,共 36 分)

1. 已知 $0<a<1$,$a^{2x^2+1}>a^{x^2+2}$,求 x 的取值范围.

2. 已知函数 $f(x)=\dfrac{3^x-1}{3^x+1}$,判断函数 $f(x)$ 的奇偶性,并说明理由.

3. 已知 $f(x)=\log_2\dfrac{1+x}{1-x}$.

(1)求 $f(x)$ 的定义域;

(2)求使 $f(x)>0$ 的 x 的取值范围.

4. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x-3}, & x\leqslant 2,\\ \log_a(x+1), & x>2\end{cases}$ $(a>0$,且 $a\neq 1)$ 的值域是 $[2,+\infty)$,求实数 a 的取值范围.

第 6 章单元测试卷(A)

一、选择题(本大题共 10 小题,每小题 4 分,共 40 分)

1. 点(3,2)与(1,0)的中点坐标为 ( )

A. (−1,−1)　B. (1,1)　C. (2,1)　D. (4,2)

2. 若直线经过点(2,3)与(4,5),则直线的倾斜角是 ( )

A. 30°　B. 45°　C. 60°　D. 135°

3. 直线 $x+2y-3=0$ 经过点 ( )

A. (1,1)　B. (−1,−1)　C. (2,1)　D. (−2,1)

4. 直线 $y=\sqrt{3}x+4$ 的倾斜角是 ( )

A. 30°　B. 45°　C. 60°　D. 120°

5. 下列方程所表示的直线与直线 $x-2y+1=0$ 平行的是 ( )

A. $2x-4y+2=0$　B. $x+2y+1=0$　C. $x-2y+2=0$　D. $2x+y+1=0$

6. 直线 $3x-2y-6=0$ 在 y 轴上的截距是 ( )

A. −6　B. 6　C. −3　D. 3

7. 过点 $C(2,-1)$,且与 x 轴平行的直线的方程是 ( )

A. $x=2$　B. $x=-1$　C. $y=2$　D. $y=-1$

8. 直线 $x=1$ 与 $y=1$ 的位置关系是 ( )

A. 平行　B. 重合　C. 垂直　D. 相交但不垂直

9. 圆 $(x-2)^2+(y+3)^2=4$ 的圆心和半径分别是 ( )

A. (−2,3),4　B. (2,−3),4　C. (−2,3),2　D. (2,−3),2

10. 直线 $3x+4y-10=0$ 与圆 $x^2+y^2=9$ 的位置关系是 ( )

A. 相交过圆心　B. 相切　C. 相交不过圆心　D. 相离

二、填空题(本大题共 6 小题,每小题 4 分,共 24 分)

1. 已知点$(m,5)$与$(3,n)$的中点坐标是(2,3),则 $m=$__________,$n=$__________.

2. 已知点 $A(1,3)$,$B(5,0)$,则$|AB|=$__________.

3. 直线 $x+y-3=0$ 的斜率是__________,倾斜角是__________,其斜截式方程是__________.

4. 点(2,1)到直线 $3x+4y-5=0$ 的距离是__________.

5. 直线 $x+2y+1=0$ 与 $2x-y-3=0$ 的位置关系是__________.

6. 圆 $x^2+y^2-6x+4y-12=0$ 的圆心坐标是__________.

三、解答题(本大题共 4 小题,每小题 9 分,共 36 分)

1. 求经过点(3,1)且与直线 $3x+2y+1=0$ 平行的直线方程.

2. 已知点 $A(-1,2)$和 $B(7,-4)$,求以 AB 为直径的圆的标准方程.

3. 已知直线 $l_1: x+2y-3=0$ 与 $l_2: 2x-y-1=0$.

(1)求直线 l_1 与 l_2 的交点 A 的坐标;

(2)求过点 A 且与直线 $x+3y-5=0$ 垂直的直线方程.

4. 已知直线 $4x-3y-15=0$ 与圆 $x^2+y^2-2x+4y+1=0$.

(1)求圆的标准方程并写出圆心坐标和半径;

(2)判断直线与圆的位置关系.

第 6 章单元测试卷(B)

一、选择题(本大题共 10 小题,每小题 4 分,共 40 分)

1. 经过 $A(2,0)$,$B(5,3)$两点的直线的倾斜角为 (　　)

A. 45°　　B. 135°

C. 90°　　D. 60°

2. 圆 $x^2+y^2+2x-4y=0$ 的圆心坐标和半径分别是 (　　)

A. $(1,-2)$,5　　B. $(1,-2)$,$\sqrt{5}$

C. $(-1,2)$,5　　D. $(-1,2)$,$\sqrt{5}$

3. 点$(1,2)$到直线 $x+y-1=0$ 的距离为 (　　)

A. 2　　B. $\sqrt{2}$

C. 3　　D. $\sqrt{3}$

4. 已知两条直线 $ax-y-2=0$ 和$(a+2)x-y+1=0$ 互相垂直,则 $a=$ (　　)

A. -1　　B. 0

C. 1　　D. 2

5. 若直线 $ax+by+c=0$ 过第一、二、四象限,则有 (　　)

A. $ab>0,bc>0$　　B. $ab>0,bc<0$

C. $ab<0,bc>0$　　D. $ab<0,bc<0$

6. 若点 $P(m-1,1)$在圆$(x+1)^2+(y-1)^2=4$ 的内部,则 m 的取值范围是 (　　)

A. $(-2,2)$　　B. $(-\infty,2)$

C. $(-2,+\infty)$　　D. $(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

7. 圆 $x^2+y^2-4x=0$ 在点 $P(1,\sqrt{3})$处的切线方程为 (　　)

A. $x+\sqrt{3}y-2=0$　　B. $x+\sqrt{3}y-4=0$

C. $x-\sqrt{3}y+4=0$　　D. $x-\sqrt{3}y+2=0$

8. 若点 $P(3,-1)$为圆$(x-2)^2+y^2=25$ 的弦 AB 的中点,则直线 AB 的方程是 (　　)

A. $x+y-2=0$　　B. $2x-y-7=0$

C. $2x+y-5=0$　　D. $x-y-4=0$

9. 以点 $P(-4,3)$为圆心的圆与直线 $2x+y-5=0$ 相离,则圆 P 的半径 r 的取值范围是 (　　)

A. $(0,2)$　　B. $(0,\sqrt{5})$

C. $(0,2\sqrt{5})$　　D. $(0,10)$

10. 设直线 l 过点$(-2,0)$,且与圆 $x^2+y^2=1$ 相切,则 l 的斜率是 (　　)

A. ±1　　B. $\pm\frac{1}{2}$

C. $\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $\pm\sqrt{3}$

二、填空题(本大题共 6 小题,每小题 4 分,共 24 分)

1. 经过点 $P(-2,3)$且与直线 $x-3y+2=0$ 垂直的直线的方程是____________.

2. 过点 $P(m,4)$和点 $Q(1,m)$的直线与直线 $x-2y+4=0$ 平行,则 m 的值为____________.

3. 若圆 $x^2+y^2=1$ 与直线 $y=kx+2$ 没有公共点,则 k 的取值范围是____________.

4. 若过点 $P(1-a,1+a)$与点 $Q(3,2a)$的直线的倾斜角是钝角,则实数 a 的取值范围是____________.

5. 若经过两点 $A(-1,0)$,$B(0,2)$的直线 l 与圆$(x-1)^2+(y-a)^2=1$ 相切,则 $a=$____________.

6. 圆 $x^2+y^2=4$ 上的点到直线 $4x+3y-12=0$ 的距离的最大值为____________.

三、解答题(本大题共 4 小题,每小题 9 分,共 36 分)

1. 解答下列问题.

(1)当 a 为何值时,直线 $l_1:y=-x+2a$ 与直线 $l_2:y=(a^2-2)x+2$ 平行?

(2)当 a 为何值时,直线 $l_1:y=(2a-1)x+3$ 与直线 $l_2:y=4x-3$ 垂直?

2. 已知$\triangle ABC$的三个顶点为$A(0,5)$，$B(1,-2)$，$C(-6,4)$，求BC边上的高所在直线的方程.

3. 设直线l的方程为$(a-1)x+y-2-a=0(a\in\mathbf{R})$，若直线$l$在两坐标轴上的截距相等，求直线$l$的方程.

4. 已知直线l过直线$3x-4y+2=0$与y轴的交点且平行于直线$x+2y-3=0$.

(1)求直线l的方程；

(2)求过三点$(0,-4)$，$(2,0)$，$(-1,-1)$的圆的方程；

(3)判断直线l与圆的位置关系.