

★ 服务热线: 400-615-1233  
★ 配套精品教学资料包  
★ [www.huatengedu.com.cn](http://www.huatengedu.com.cn)



高等职业教育机械系列精品教材

工程力学(第2版)

主编 景英锋

北京邮电大学出版社



定价: 49.80元

策划编辑: 马子涵  
责任编辑: 马子涵  
封面设计: 刘文东

高等职业教育机械系列精品教材  
“互联网+”创新型教材



- 将中华优秀**传统文化**融入教材
- 知识内容编排更符合**认知规律**
- 机构运动、工程应用**等部分链接了丰富的**学习资源**



工程力学  
(第2版)

GONGCHENG LIXUE

 北京邮电大学出版社  
[www.buptpress.com](http://www.buptpress.com)

高等职业教育机械系列精品教材  
“互联网+”创新型教材



主 编 景英锋  
副主编 孙健伟 纠海峰  
主 审 刘金环 李德溥

# 工程力学

## ( 第2版 )

GONGCHENG LIXUE



北京邮电大学出版社  
[www.buptpress.com](http://www.buptpress.com)

## 内 容 简 介

本书是根据新形势下高职院校教学的实际情况,结合新时期高职院校工程力学课程教学大纲的基本要求,以培养技术应用型人才为目标,从工程实际出发,为培养学生分析问题、解决问题的能力而编写的。内容包括刚体,平面力系,空间力系,拉伸、压缩与剪切,扭转与弯曲,组合变形,压杆稳定,动载荷和交变应力。每个模块由若干个相互关联而又相对独立的来自实际生产的典型工作任务组成,任务有梯次,由简到繁,由易到难,利于读者解决实际应用问题。

本书可供高职高专院校机械类专业使用,也可供工程技术人员使用或参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

工程力学 / 景英锋主编. -- 2 版. -- 北京: 北京邮电大学出版社, 2021.1(2024.1 重印)

ISBN 978-7-5635-6302-9

I. ①工… II. ①景… III. ①工程力学—高等职业教育—教材 IV. ①TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2021)第 014371 号

策划编辑: 马子涵 责任编辑: 马子涵 封面设计: 刘文东

出版发行: 北京邮电大学出版社

社址: 北京市海淀区西土城路 10 号

邮政编码: 100876

发 行 部: 电话: 010-62282185 传真: 010-62283578

E-mail: publish@bupt.edu.cn

经 销: 各地新华书店

印 刷: 番茄云印刷(沧州)有限公司

开 本: 787 mm×1 092 mm 1/16

印 张: 17 插页 1

字 数: 352 千字

版 次: 2021 年 1 月第 2 版

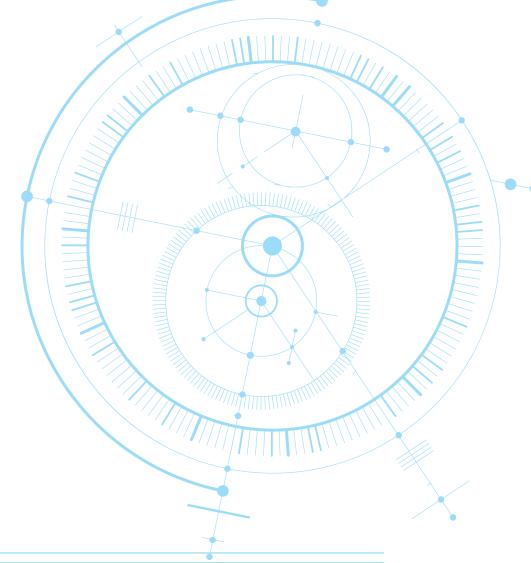
印 次: 2024 年 1 月第 3 次印刷

ISBN 978-7-5635-6302-9

定 价: 49.80 元

• 如有印装质量问题,请与北京邮电大学出版社发行部联系 •

服务电话: 400-615-1233



# Preface 第2版前言

工程力学是人们在工程实践过程中长期积累而逐渐形成的一门学科,它研究自然界及各种工程中机械运动最普遍、最基本的规律,以指导人们认识自然界,科学地从事工程技术工作。工程力学涵盖理论力学(静力学部分)和材料力学两部分内容,并与工程实际紧密联系。

本书以《工程力学》第1版为基础,围绕落实习近平新时代中国特色社会主义思想进教材进课堂进头脑,积极培育和践行社会主义核心价值观,使中华优秀传统文化深入学生生活学习当中,使立德树人的目标得以有效实现;推进教材、教法改革服务于人才培养;教学改革和“互联网+职业教育”发展相合等需求进行修订。

第1版教材自出版以来,因其结构合理、内容精练、重点突出、实用性强等特点,受到了多所高职院校老师和学生的好评。我们利用再版的机会,对第1版的内容进行了修订,内容调整如下。

(1)增加“力学学者”及“中国力学学科的发展简史”等内容,培养学生的中华民族自豪感、“自强自立”的价值观、“自力更生、艰苦奋斗”的创业精神、赶超先进的“创新魄力”。

(2)调整整体框架、结构层次及单元内容,在整体编排上更有利学生学习理解。

(3)在第1版教材的基础上,在再版教材中关于机构运动、受力、装配和工程应用等部分增加了配套的信息化教学资源,可通过扫描二维码获取。

本书可供高职高专院校机械类专业使用,也可供工程技术人员使用或参考。

本书由中国一重技师学院景英锋教授任主编,由哈尔滨商业大学孙健伟、纠海峰任副主编,中国一重技师学院于泓泽参与了编写工作。具体编写分工如下:第一篇模块一至模块三由纠海峰编写,第二篇模块四至模块七由孙健伟编写,模块八由于泓泽编写。

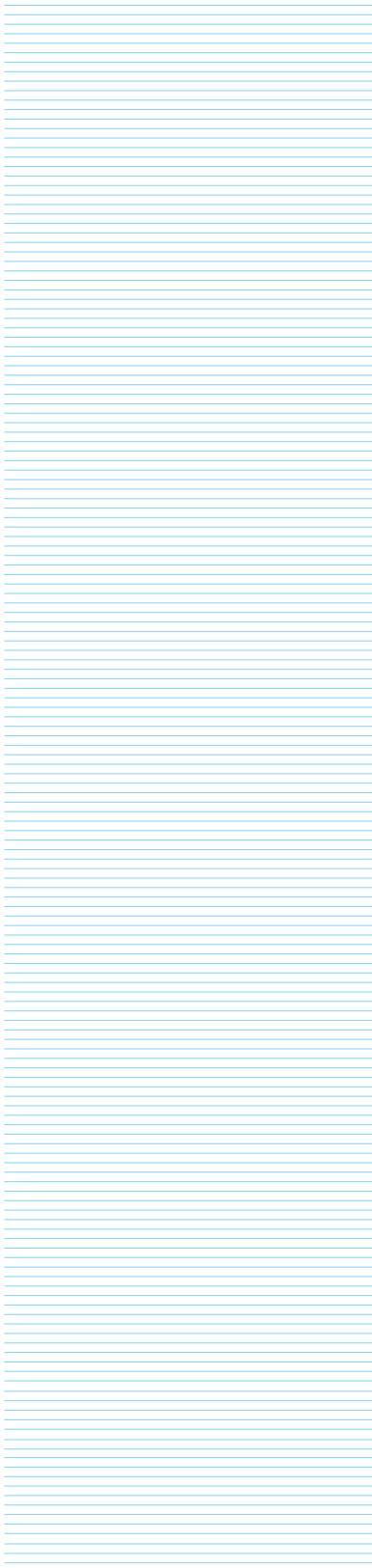


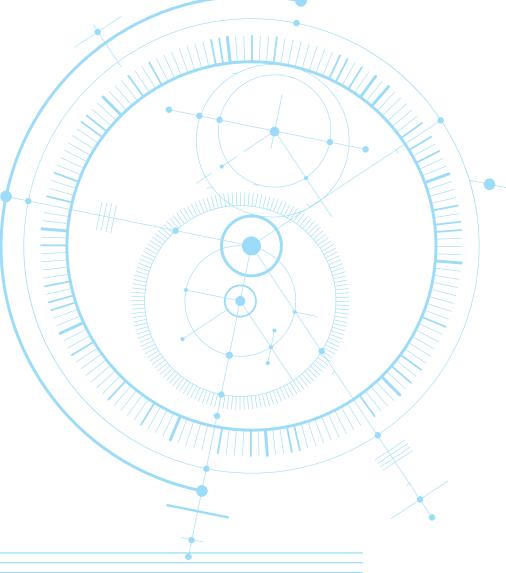
## 第2版前言

本书由中国一重技师学院刘金环教授、哈尔滨商业大学李德溥副教授主审。

本书的修订再版,要感谢每一位用书教师的热心反馈,在此,要特别感谢桂林电子科技大学的冯其云老师,他将教学使用的细节一次次地反馈给主编团队,为本书的修订再版提供了宝贵的一线教学经验。由于编者水平有限,书中难免存在疏漏、不妥之处,恳请各位读者批评指正。

编 者





# Preface 第1版前言

工程力学是研究有关物质宏观运动规律及其应用的科学。工程对力学提出问题，力学的研究成果改进工程设计思想。工程和力学联系极为广泛，工程力学涉及的领域有机械、土木、水利、建筑、化工、纺织、冶金、交通运输、航空、航天、军事、能源、生物技术、材料和微电子制造等，是工程技术的重要理论基础，也是将理论应用到实践中的一座重要桥梁。为进一步满足高职高专教学改革和发展的需要，我们根据教育部制定的工程力学课程教学基本要求和长期教学经验，精心组织编写了本书。

任何科学技术的发展都离不开社会的需要。本书以培养学生的技术应用能力为主线设计教学方案，以实际应用为主旨构建课程体系和教学内容，为国家培养更多“高”“精”“尖”技能型人才提供坚实的基础。所以，本书力求以应用为导向，在整体编排上，力求语言简明，通俗易懂，内容精练，简化理论推导和注重实际理论应用。每个任务后有适量的思考与练习题，以满足教和练的需求。

为了提升教学效果，本书采用了模块引入的形式，根据内容对各部分的学时安排如下，授课学时也可根据教学计划和培养目标做适当调整。

模 块	任 务	学 时
构件的静力分析	刚体的受力分析	2
	平面汇交力系平衡问题的求解	4
	平面力偶系平衡问题的求解	4
	平面任意力系平衡问题的求解	2
	空间力系平衡问题的求解	2
构件的承载能力计算	轴向拉伸与压缩变形时的承载能力计算	4
	剪切与挤压变形时的承载能力计算	4
	圆轴扭转变形时的承载能力计算	4
	弯曲变形时的承载能力计算	4
	组合变形的强度计算	4
	细长压杆稳定性分析	4



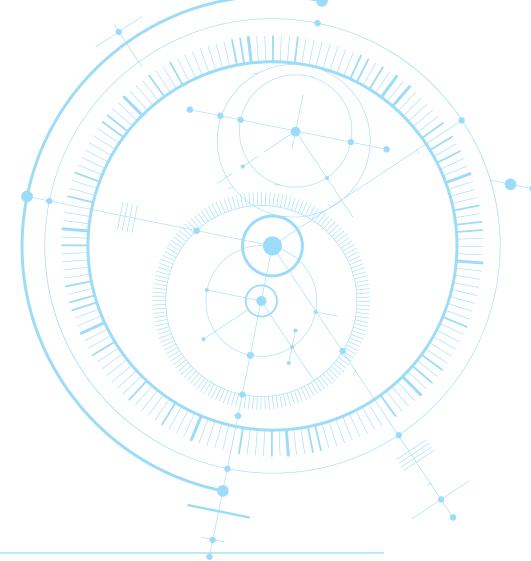
续表

模 块	任 务	学 时
构件的运动及 动力分析	构件受冲击时的动力分析	4
	构件受交变应力作用时的动力分析	6
合 计		48

本书由景英锋副教授任主编,刘富豪、彭景春、蒋汉军任副主编,天门职业学院王进兵参与了本书的编写。

本书参考了同类教材的部分例题和习题,在此向文献的诸位作者表示衷心感谢。限于编者水平,本书难免有不妥与疏漏之处,敬请广大师生和读者提出宝贵的意见和建议。

#### 编 者



# Contents 目录

## 第一篇 理论力学

### 模块一 刚体

任务一 刚体的受力分析 .....	2
任务描述 .....	2
任务分析 .....	2
知识准备 .....	2
一、静力学的基本概念 .....	3
二、静力学公理 .....	4
三、工程中常见的约束 .....	7
四、物体的受力分析 .....	9
任务实施 .....	10
思考与练习 .....	12

### 模块二 平面力系

任务二 平面汇交力系平衡问题的求解 .....	15
任务描述 .....	15
任务分析 .....	15
知识准备 .....	15
一、力在平面直角坐标系中的投影 .....	16
二、平面汇交力系的合成与平衡 .....	17
任务实施 .....	22
思考与练习 .....	23
任务三 平面力偶系平衡问题的求解 .....	26
任务描述 .....	26
任务分析 .....	26
知识准备 .....	26



一、平面力对点之矩的概念及计算 .....	26
二、力偶的概念和性质 .....	28
三、平面力偶系的合成与平衡 .....	30
任务实施 .....	31
思考与练习 .....	33
<b>任务四 平面任意力系平衡问题的求解 .....</b>	<b>36</b>
任务描述 .....	36
任务分析 .....	36
知识准备 .....	36
一、平面任意力系的简化 .....	37
二、平面任意力系的平衡方程 .....	40
三、静定和静不定物系平衡问题分析 .....	43
四、考虑摩擦时物系平衡问题分析 .....	45
任务实施 .....	48
思考与练习 .....	49

### 模块三 空间力系 55

<b>任务五 空间力系平衡问题的求解 .....</b>	<b>55</b>
任务描述 .....	55
任务分析 .....	55
知识准备 .....	55
一、常见的空间约束 .....	56
二、空间力系平衡问题的建立与求解方法 .....	57
三、物体的重心 .....	61
任务实施 .....	66
思考与练习 .....	67

## 第二篇 材料力学

### 模块四 拉伸、压缩与剪切 72

<b>任务六 轴向拉伸或压缩变形时的承载能力计算 .....</b>	<b>72</b>
任务描述 .....	72
任务分析 .....	72
知识准备 .....	73



一、轴向拉伸或压缩变形的概念和实例	73
二、轴向拉伸或压缩时横截面的内力分析	74
三、轴向拉伸或压缩时横截面的应力分析	76
四、轴向载荷下材料的力学性能	80
五、轴向拉压的变形计算	88
六、轴向拉压变形的强度计算	92
任务实施	96
思考与练习	98
<b>任务七 剪切与挤压变形时的承载能力计算</b>	<b>101</b>
任务描述	101
任务分析	101
知识准备	101
一、剪切和挤压变形的概念及实例	101
二、剪切变形的实用计算	103
三、挤压变形的实用计算	104
任务实施	106
思考与练习	108

## 模块五 扭转与弯曲

111

<b>任务八 圆轴扭转变形时的承载能力计算</b>	<b>111</b>
任务描述	111
任务分析	112
知识准备	112
一、圆轴扭转变形的概念及实例	112
二、圆轴扭转变形时横截面的内力分析	113
三、圆轴扭转变形时横截面的应力分析	116
四、圆轴扭转变形的强度和刚度计算	120
任务实施	124
思考与练习	125
<b>任务九 弯曲变形时的承载能力计算</b>	<b>128</b>
任务描述	128
任务分析	128
知识准备	128
一、梁的内力	129
二、弯曲时横截面上的正应力	133





三、弯曲时横截面上的剪应力 .....	142
四、弯曲强度条件及其应用 .....	146
五、梁的弯曲变形计算 .....	151
任务实施 .....	157
思考与练习 .....	159

**模块六 组合变形**

161

<b>任务十 拉压和弯曲组合变形时的承载能力计算 .....</b>	161
任务描述 .....	161
任务分析 .....	161
知识准备 .....	162
一、组合变形和叠加原理的概念 .....	162
二、拉压和弯曲组合变形 .....	165
三、偏心压缩(拉伸)和截面核心 .....	167
任务实施 .....	177
思考与练习 .....	178
<b>任务十一 扭转与弯曲组合变形时的承载能力计算 .....</b>	182
任务描述 .....	182
任务分析 .....	182
知识准备 .....	182
一、扭转与弯曲的组合变形 .....	182
二、斜弯曲 .....	187
任务实施 .....	191
思考与练习 .....	193

**模块七 压杆稳定**

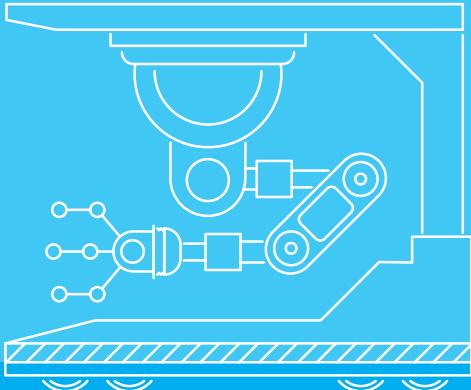
197

<b>任务十二 细长压杆的稳定性分析 .....</b>	197
任务描述 .....	197
任务分析 .....	198
知识准备 .....	198
一、压杆稳定性和临界力的概念 .....	198
二、不同支承条件下细长压杆的临界力 .....	200
三、不同压杆的临界应力计算 .....	202



四、压杆稳定性计算 .....	207
五、提高压杆稳定性的措施 .....	210
任务实施 .....	211
思考与练习 .....	213
<b>模块八 动载荷和交变应力</b>	<b>216</b>
<b>任务十三 构件受冲击时的承载能力计算 .....</b>	<b>216</b>
任务描述 .....	216
任务分析 .....	216
知识准备 .....	217
一、动载荷和动静法的基本概念 .....	217
二、用动静法求动应力 .....	218
三、构件受冲击时的变形和应力计算 .....	222
四、提高构件抗冲击能力的措施 .....	229
五、冲击韧性 .....	230
任务实施 .....	230
思考与练习 .....	233
<b>任务十四 构件受交变应力作用时的承载能力计算 .....</b>	<b>238</b>
任务描述 .....	238
任务分析 .....	238
知识准备 .....	238
一、基本概念 .....	238
二、交变应力的特性及材料的疲劳极限 .....	240
三、影响构件疲劳极限的主要因素 .....	242
四、对称循环应力下的疲劳强度计算 .....	245
五、提高构件疲劳强度的措施 .....	247
任务实施 .....	247
思考与练习 .....	249
<b>附录 中国力学学科的发展简史</b>	<b>251</b>
<b>参考文献</b>	<b>261</b>





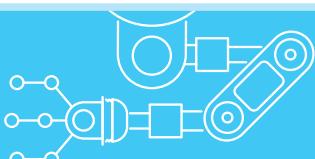
# 第一篇 理论力学

理论力学是研究物体机械运动一般规律的科学。物体在空间的位置随时间的改变，称为机械运动。机械运动是人们生活和生产实践中常见、最简单的一种。平衡是机械运动的特殊情况。

在客观世界中，物质的各种运动形式在一定条件下可以相互转化，而且在复杂运动中，往往存在着简单的机械运动。客观物质都是具体且复杂的，对物体进行力学分析，必须抓住主要因素，舍弃次要因素，建立简化的力学模型。

理论力学研究的内容是速度远小于光速的宏观物体的机械运动，以牛顿定律为基础，属于古典力学的范畴。古典力学在生产实践中有广泛的应用。理论力学所研究的是各种运动中最一般、最普遍的规律，是各门力学分支的基础。

本篇主要研究物体在力系作用下的平衡规律、物体受力的分析方法及力系简化的方法等。





# 模块一

## 刚体



### 学习目标

- 掌握静力学的基本概念、静力学公理和推论的内容及适用范围；
- 学会分析物系内每个物体的受力情况，注意作用力与反作用力公理的应用；
- 掌握工程中常见的约束类型及确定约束力的方法；
- 掌握刚体的受力分析方法及受力图的绘制方法。

### 任务一

#### 刚体的受力分析



### 任务描述

如图 1-1 所示，多跨梁 ABC 由 ADB 和 BC 两个简单的梁组合而成，受集中力  $F$  及均布载荷  $q$  的作用，试画出整体及梁 ADB 段和 BC 段的受力图。

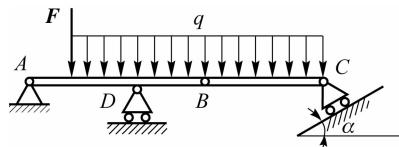


图 1-1 多跨梁的受力分析



### 任务分析

了解静力学的基本概念及常见的约束，分析物系内每个物体的受力情况。



### 知识准备

静力学是研究物体在平衡力系作用下受力规律的学科。静力学理论从生产实践中发展



而来,是机械零件或机构承载问题的计算基础,在工程技术中有着广泛的应用。

本任务重点研究处于静止或匀速直线运动状态的刚体和刚体系统所受外力的平衡规律。为了能够正确分析物体的受力情况,先介绍静力学的一些基本概念和公理,然后介绍工程中常见的几种典型约束及其约束力,最后重点讲解刚体受力分析和画受力图的方法。

## 一、静力学的基本概念

### 1. 刚体

物体在外力的作用下,其内部任意两点之间的距离都保持不变,即不发生变形,这样的物体称为刚体。这是一个理想化的力学模型,不应该把概念绝对化。通常在研究静力学平衡问题时,将受力的物体假想为刚体,当研究由于作用力使物体产生变形效果时,不得将物体视为刚体。静力学研究的对象仅限于刚体,故又称为刚体静力学。

### 2. 质点

静力学中根据问题的不同,除了将实际物体抽象为刚体外,还可以将物体抽象为另外一种理想模型,即质点。质点是指有一定质量而忽略大小和形状的点。当物体的大小和形状不起作用,或者所起的作用并不显著而可以忽略不计时,可近似地把该物体看作一个具有质量但大小和形状可以忽略不计的理想物体,即将该物体简化为质点。

### 3. 力

力是物体间相互的机械作用,这种作用使物体的运动状态发生改变,或者使物体产生变形。前者称为力的外效应,后者称为力的内效应。静力学主要研究物体的外效应。

力的作用效果取决于力的三要素,即力的大小、方向和作用点。

物体间相互机械作用的强度通过力的大小来度量,在国际单位制(SI)中,力的单位是牛顿或千牛顿,其代号为 N 或 kN。

力是矢量,在几何上可以用一个矢量图形表示一个力,如图 1-2 所示。矢量的长度表示力的大小,矢量的起点或终点表示力的作用点,矢量的箭头表示力的方向。

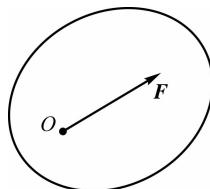


图 1-2 力的矢量形式

### 4. 力系

力系是指作用于物体上的多个力。力系中力的作用形式是千变万化的,可能是两个力,也可能是多个力;力的作用线可能在同一平面内,也可能在三维空间内。所有力的作用线在同一平面内的力系称为平面力系。所有力的作用线不在同一平面内的力系称为空间力系。若两个力或力系分别作用在同一个物体上,且其效应完全相同,则称这两个力或力系为等效力或等效力系。如果一个力与一个力系等效,则称此力为该力系的合力,该力系中的各力称为其合力的分力或分量,求合力的过程称为力系的合成。





## 5. 平衡

平衡是指物体相对于惯性参考系(如地面)保持静止或匀速直线运动的状态。在一般的工程技术问题中,通常取地球作为惯性参考系。使物体处于平衡状态的力系称为平衡力系。研究物体的平衡问题,就是研究物体在各种力系作用下的平衡条件,并应用这些平衡条件解决工程技术问题。用一个简单的等效力系或一个力代替一个复杂力系的过程称为力系的简化。在静力学中主要研究三个问题:物体的受力分析,力系的简化,力系的平衡条件及其工程应用。

## 二、静力学公理

刚体的静力平衡问题以静力学基本公理为前提,静力学公理是人们经过长期实践总结的客观规律。静力学公理是对力的基本性质的概括和总结,是静力学全部理论的基础,是解决力系的简化、平衡条件及物体受力分析等问题的关键。

### 1. 二力平衡公理

作用在刚体上的两个力,使刚体保持平衡状态的必要和充分条件:两个力的大小相等,方向相反,且作用在同一直线上(见图 1-3),即

$$F_1 = -F_2 \quad (1-1)$$

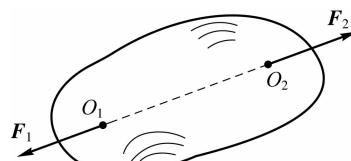


图 1-3 二力平衡

### 注意

二力平衡公理只适用于刚体,而不适用于变形体。例如,软绳受两个等值反向的拉力作用可以平衡,而受两个等值反向的压力作用就不能平衡。

工程上将只受到两个力作用且处于平衡状态的构件称为二力构件。如图 1-4 所示,直杆 AB 和曲杆 AC 就是二力构件。需要强调的是,找出二力构件对于刚体,特别是刚体系统的静力学分析是非常重要的。

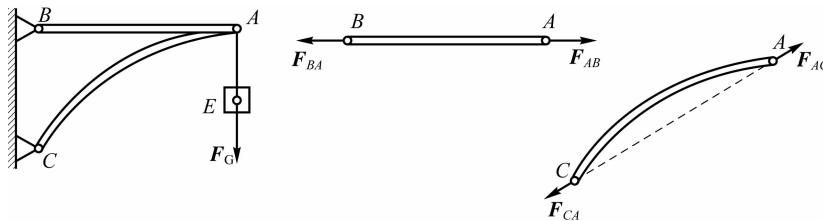


图 1-4 二力构件

### 2. 加减平衡力系公理

在作用于刚体的任意力系上,加上或减去任意平衡力系,并不改变原力系对刚体的作用效果。加减平衡力系公理也只适用于刚体,而不能用于变形体。

#### 推论 1 力的可传性

作用于刚体上某点的力,可以沿着它的作用线移到刚体内任意一点,并不改变该力对刚体的作用。



证明:设在刚体上  $O_1$  点有作用力  $\mathbf{F}$ ,如图 1-5(a)所示。根据加减平衡力系公理,可在力的作用线上任取一点  $O_2$ ,并加上两个相互平衡的力  $\mathbf{F}_1$  和  $\mathbf{F}_2$ ,使  $\mathbf{F}_2=-\mathbf{F}_1=\mathbf{F}$ ,如图 1-5(b) 所示。由于力  $\mathbf{F}$  和  $\mathbf{F}_1$  也是一个平衡力系,故可相互抵消,这样只剩下两个力  $\mathbf{F}_2$ ,如图 1-5(c) 所示。原来的力  $\mathbf{F}$  与力系( $\mathbf{F}, \mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2$ )及力  $\mathbf{F}_2$  互等,力  $\mathbf{F}_2$  就是原来的力  $\mathbf{F}$ ,只是作用点移到了点  $O_2$ 。

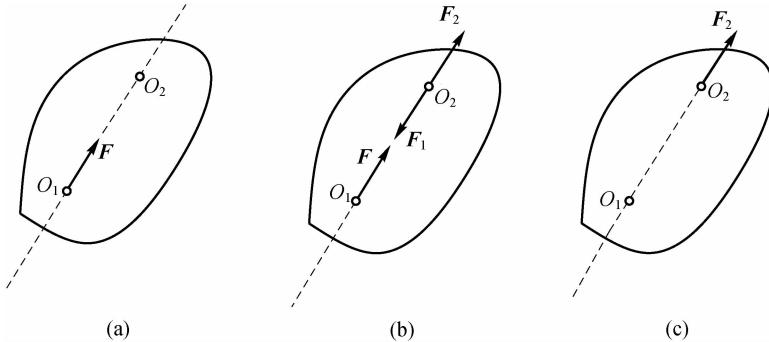


图 1-5 力的可传性

由此可见,对于刚体来说,力的作用点已不是决定力的作用效果的要素,它被作用线所代替。因此,作用于刚体上的力的三要素是力的大小、方向和作用线。



### 注意

力的可传性原理只适用于刚体,而且力只能在刚体自身上沿其作用线移动,不能移到其他刚体上。

### 推论 2 三力平衡汇交定理

刚体在三个力的作用下平衡,若其中两个力的作用线相交,则第三个力的作用线必过该交点,且三力共面。

证明:如图 1-6 所示,刚体上  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三点处的作用力分别为  $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$  和  $\mathbf{F}_3$ ,其中  $\mathbf{F}_1$  与  $\mathbf{F}_2$  的作用线相交于  $O$  点,刚体在此三力作用下处于平衡状态。根据力的可传性原理,将力  $\mathbf{F}_1$  和  $\mathbf{F}_2$  合成得合力  $\mathbf{F}_{12}$ ,则力  $\mathbf{F}_3$  应与  $\mathbf{F}_{12}$  平衡,因而  $\mathbf{F}_3$  必与  $\mathbf{F}_{12}$  共线,即  $\mathbf{F}_3$  的作用线也通过  $O$  点。另外,因为  $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$  与  $\mathbf{F}_{12}$  共面,所以  $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$  与  $\mathbf{F}_3$  也共面。该定理得证。

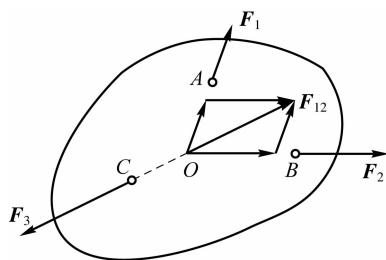


图 1-6 三力平衡汇交

利用三力平衡汇交定理可以确定刚体在三个力的作用下平衡时未知力的方向。





### 3. 力的平行四边形法则

作用于物体上同一点的两个力可以合成为一个合力。其合力仍作用于该点上，合力的大小和方向由以这两个力为邻边构成的平行四边形的对角线来确定。

如图 1-7(a)所示,  $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$  为作用于  $O$  点的两个力, 以这两个力为邻边作出平行四边形  $OACB$ , 则对角线  $OC$  为  $\mathbf{F}_1$  与  $\mathbf{F}_2$  的合力  $\mathbf{F}_R$ , 或者说合力矢  $\mathbf{F}_R$  等于原力矢  $\mathbf{F}_1$  与  $\mathbf{F}_2$  的矢量和, 即

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (1-2)$$

合力的大小可由余弦定理求出, 即

$$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_2 \cos \alpha} \quad (1-3)$$

式中,  $\alpha$  为  $\mathbf{F}_1$  与  $\mathbf{F}_2$  的夹角( $^\circ$ )。

实际上, 根据平行四边形的性质, 确定作用于一点的两个力的合力时, 并没有必要作一个平行四边形, 只要不改变这两个力的大小和方向, 将它们首尾相接, 就可生成始于它们的起点, 而止于它们的终点的合力, 如图 1-7(b)所示。这种求合力的方法称为力的三角形法则。

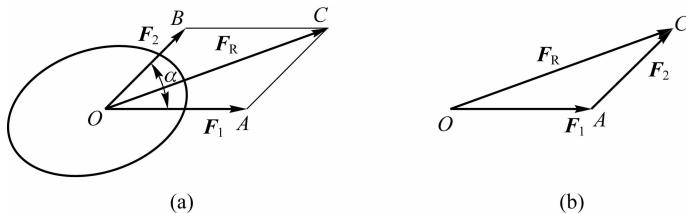


图 1-7 力的平行四边形法则和三角形法则

利用力的平行四边形法则也可将一个力分解成作用于同一点的两个分力。一个力可以沿任意两个方向分解。在工程问题中常将力沿互相垂直的两个方向分解, 这种分解称为正交分解。

### 4. 作用与反作用公理

当一个物体受到其他物体的作用力时, 施力物体一定也受到与受力物体等值反向力的作用, 这两个力就是一对作用力与反作用力。两个物体间的作用力与反作用力总是同时存在, 且大小相等、方向相反、沿同一直线, 分别作用在相互作用的两个物体上。

作用力与反作用力是分别作用在两个物体上的力, 因此不能将它们看作平衡力系而互相抵消, 如图 1-8 所示。

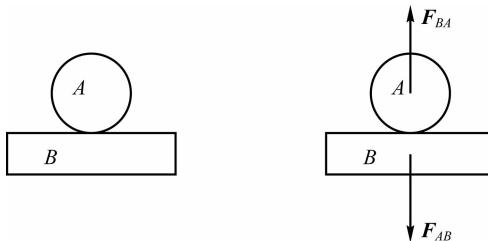


图 1-8 作用力与反作用力



### 三、工程中常见的约束

如果物体在空间沿任何方向的运动都不受限制,则该物体为自由体,如飞行的飞机和火箭等。在日常生活和工程中,有些物体通常是以各种形式与周围的物体互相联系并受到周围物体的限制而不能做任意运动,这类物体为非自由体,如受到轴承限制的转轴、卧式车床中受床身导轨限制的刀架及受到吊绳限制的悬挂的重物等。

约束是指运动物体的几何位置所受到的限制。物体受到外力作用会产生运动或具有运动趋势,一旦这种运动或运动趋势被限制,该物体就会对限制其运动的限制物产生作用力,根据作用与反作用公理,限制物也必然会对该物体产生等值反向的作用力,这类作用力称为约束力。约束力来自约束,它的作用取决于主动力的作用情况和约束的形式,又因为它对物体的运动起限制作用,因而约束力的方向必定与该约束阻碍的运动方向相反。应用这个准则,在受力分析中可以确定约束力的方向或作用线的位置。约束力的大小总是未知的,在静力学中如果约束力和物体受的其他已知力构成平衡力系,则可通过平衡条件来求解未知力的大小。

下面介绍工程中常见的几种约束类型及确定约束力的方法。

#### 1. 光滑接触面约束

两个互相接触的物体,如果略去接触面间的摩擦就可以认为相互间的约束是光滑接触面约束。这类约束不能限制物体沿接触面切线方向的运动,只能限制物体沿接触面法线方向的运动,并且只能限制受压不能限制受拉,因此光滑接触面约束对物体的约束力作用在接触点处,作用线沿接触面法线方向指向物体,通常用  $N$  表示。

如图 1-9 所示,  $N$  为曲面 A 对小球的约束力。又如图 1-10 所示,光滑平面对小球的约束力为  $N$ 。工程应用中,如啮合齿轮的齿面、机床中的导轨都属于光滑接触面约束。

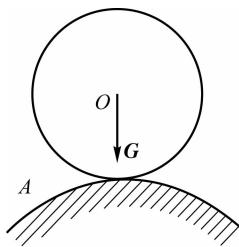


图 1-9 曲面光滑接触面约束

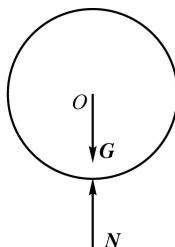


图 1-10 平面光滑接触面约束

#### 2. 柔性约束

由柔软的绳索、链条和皮带等构成的约束统称为柔性约束。这类约束的特点:柔软易变形,不能抵抗弯曲,只能受拉不能受压,并且只能限制物体沿约束伸长方向的运动,而不能限制其他方向的运动。因此,柔性约束的约束力只能是拉力,作用在与物体的连接点上,作用方向沿着绳索背离物体。如图 1-11 所示,  $F_s$  即绳索给球的约束力。

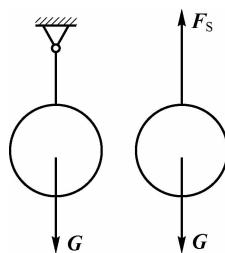


图 1-11 柔性约束





### 3. 光滑圆柱铰链约束

在两个构件上各自有直径相同的圆孔,用圆柱销将它们连接起来,就构成了光滑圆柱铰链约束,如图 1-12(a)所示。这种铰链只能限制物体间的相对径向移动,不能限制物体绕圆柱销轴线的转动和平行于圆柱销轴线的移动。由于圆柱销与圆柱孔是光滑曲面接触,所以约束力应在沿接触线上的一点到圆柱销中心的连线上,且垂直于轴线,如图 1-12(b)所示。因为接触线的位置不能预先确定,因而约束力的方向也不能预先确定。通常把它分解为  $x$  轴方向和  $y$  轴方向的两个相互垂直的约束力,用  $F_x$  和  $F_y$  表示,如图 1-12(c)所示。如果其中一个构件固定,比如与地基固定连接或者与机座或其他机构固定在一起,此类光滑圆柱铰链约束为固定铰链支座约束,如图 1-12(d)所示。光滑圆柱铰链约束简图如图 1-12(e)所示。



微课  
光滑铰链约束

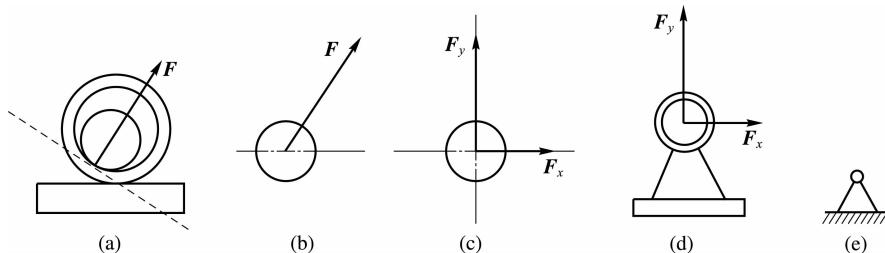


图 1-12 光滑圆柱铰链约束

### 4. 活动铰链支座约束

如果在固定铰链支座的底部安装一排滚轮[见图 1-13(a)],就可使支座沿固定支承面移动,称为活动铰链支座。这种支座常用于桥梁、屋架等结构中,可以避免因温度变化而产生结构内部变形应力。在不计摩擦的情况下,活动铰链支座只能限制构件沿支承面的垂直方向移动。因此,活动铰链支座的约束力方向必垂直于支承面,且通过铰链中心,如图 1-13(b)所示。

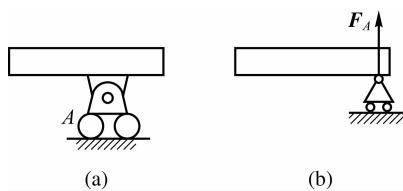


图 1-13 活动铰链支座约束

### 5. 固定约束

如图 1-14(a)所示,构件 AB 的 A 端被固定住,此时该构件既不能移动也不能转动,因此它将受到沿其移动趋势反方向的约束力以及与其转动趋势反方向的约束力矩。如果仅仅考虑平面范围内的约束力,由于约束力的方向不确定,所以可将其分解为两个相互垂直的分力,如图 1-14(b)所示。

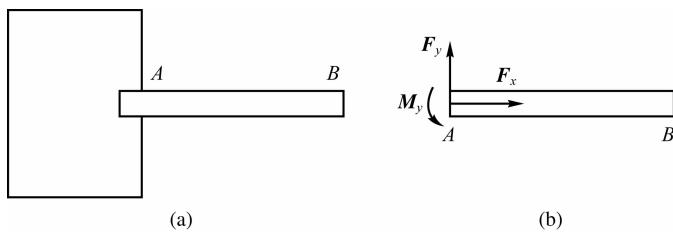


图 1-14 固定约束



## 6. 链杆约束

两端用光滑铰链与其他构件连接且不考虑自重的刚性杆称为链杆。链杆是二力杆,如图 1-15(a)所示。二力杆约束力的作用线一定是沿着链杆两端铰链的连线,如图 1-15(b)所示。若力的方向不能确定,通常可先假设,求解后通过力的正负再具体确定力的实际方向。

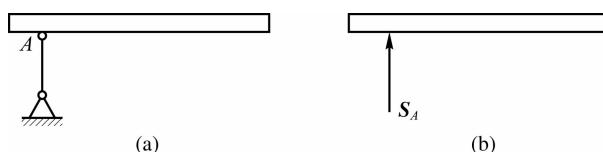


图 1-15 链杆约束

动画  
中间铰链约束

## 四、物体的受力分析

解决工程实际问题时,通常要利用平衡条件,根据已知力求解未知力。因此,首先要确定物体受到哪些力的作用,并且分析出每个力的作用点和方向,这个分析过程称为物体的受力分析。

对研究对象进行分析,就是把研究对象从与它相关联的周围物体中分离出来,这种解除了约束的自由体称为分离体。在研究对象的简图中画出作用在研究对象上的全部主动力(如物体的重力、风力、气体压力等)和约束力,这种表示物体受力状态的图形称为受力图。

在静力学中,恰当地选取研究对象,正确画出物体的受力图是解决问题的关键。物体的受力分析可通过以下几个步骤进行。

- (1)选取研究对象,取分离体,并画出其简图。
- (2)画出作用在研究对象上的所有主动力,并标注力的符号。
- (3)根据与受力物体相连接或接触的物体画出约束力,并标注力的符号。
- (4)检查受力图中受力分析有无“多”“漏”“错”的现象。

下面举例说明受力图的画法。

**例 1-1** 设小球质量为  $G$ ,在  $A$  处用绳索系在墙上,如图 1-16(a)所示。试画出小球的受力图。

解:(1)取小球作为分离体,并画出其简图。

(2)画出主动力。小球的重力为  $G$ ,力的方向垂直向下,力的作用点在小球质心  $O$  上。

(3)画出约束力。绳索的反作用力为  $T_A$ ,作用于  $A$  点。小球在  $B$  处为光滑表面接触,故在  $B$  处受墙面的法向支撑力  $N_B$  的作用,  $N_B$  的方向垂直于墙面并指向小球中心。小球的受力图如图 1-16(b)所示。

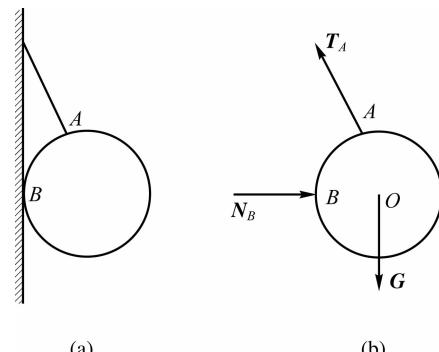


图 1-16 小球的受力分析

**例 1-2** 水平梁  $AB$  的左端为固定铰链支座,右端为活动铰链支座,如图 1-17(a)所示。假设不计构件的质量, $C$  处作用一主动力  $F$ ,试画出水平梁的受力图。

解:(1)取水平梁  $AB$  为分离体,并画出其简图。





(2)画出主动力。已知主动力为  $\mathbf{F}$ ,作用点为 C 点。

(3)画出约束力。A 端为固定铰链支座,由于约束力的方向未定,可用水平方向分力  $\mathbf{F}_{Ax}$  和垂直方向分力  $\mathbf{F}_{Ay}$  代替,B 端为活动铰链支座,有一个垂直方向的约束力  $\mathbf{F}_{NB}$ ,如图 1-17(b) 所示。根据三力平衡汇交定理,A 端两个约束力的合力为  $\mathbf{F}_A$ ,其作用线与主动力  $\mathbf{F}$  的作用线及约束力  $\mathbf{F}_{NB}$  的作用线相交于一点 D,如图 1-17(c) 所示。

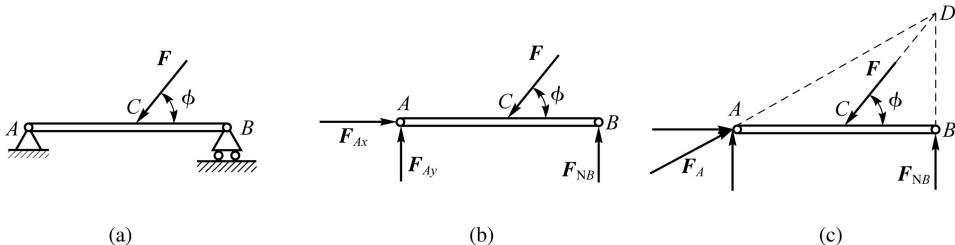


图 1-17 水平梁的受力分析

**例 1-3** 如图 1-18(a)所示的三铰拱桥由左、右两拱铰接而成。设各拱自重不计,在拱 AC 上作用载荷  $\mathbf{P}$ 。试分别画出拱 CB 和拱 AC 的受力图。

解:(1)取拱 CB 为分离体。由于拱 CB 自重不计,且只在 B、C 两处受到铰链的约束,因此拱 CB 为二力构件。铰链中心 B、C 处分别受  $\mathbf{S}_B$ 、 $\mathbf{S}_C$  两力的作用,且  $\mathbf{S}_B = \mathbf{S}_C$ ,如图 1-18(b) 所示。

(2)取拱 AC 为分离体。由于自重不计,因此主动力只有载荷  $\mathbf{P}$ 。拱在铰链 C 处受拱 BC 给它的约束力  $\mathbf{S}'_C$  的作用,根据作用与反作用公理,  $\mathbf{S}'_C = \mathbf{S}_C$ 。拱在 A 处受固定铰链支座给它的约束力  $\mathbf{N}_A$  的作用,由于方向未定,可用两个大小未知的正交分力  $\mathbf{X}_A$  和  $\mathbf{Y}_A$  代替。拱 AC 的受力图如图 1-18(c) 所示。进一步分析可知,由于拱 AC 在  $\mathbf{P}$ 、 $\mathbf{S}'_C$  和  $\mathbf{N}_A$  三个力的作用下平衡,所以可根据三力平衡汇交定理,确定铰链 A 处约束力  $\mathbf{N}_A$  的方向,如图 1-18(d) 所示。

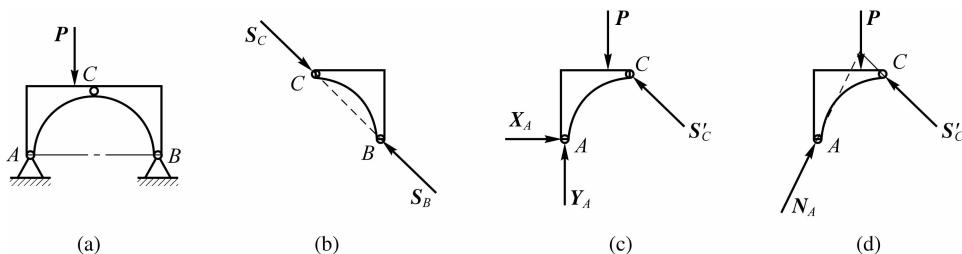


图 1-18 三铰拱桥的受力分析



## 任务实施

刚体的受力分析——画出如图 1-1 所示多跨梁的受力图。

解:(1)取整体为研究对象。先画出集中力  $\mathbf{F}$  与分布载荷  $q$ ,再画出约束力。A 处的约束力被分解为两个正交分量,D、C 处的约束力分别与其支承面垂直,B 处的约束力为内力,



不能画出。整体的受力图如图 1-19(a)所示。

(2)取 ADB 段为分离体。先画出集中力  $\mathbf{F}$  及分布载荷  $q$ ,再画出点 A、D、B 处的约束力  $\mathbf{F}_{Ax}$ 、 $\mathbf{F}_{Ay}$ 、 $\mathbf{F}_D$ 、 $\mathbf{F}_{Bx}$  和  $\mathbf{F}_{By}$ 。ADB 段梁的受力图如图 1-19(b)所示。

(3)取 BC 段为分离体。先画出作用在梁上的分布载荷  $q$ ,再画出点 B、C 处的约束力,注意点 B 处的约束力与 AB 段点 B 处的约束力是作用力与反作用力的关系,点 C 处的约束力  $\mathbf{F}_C$  与斜面垂直。BC 段梁的受力图如图 1-19(c)所示。

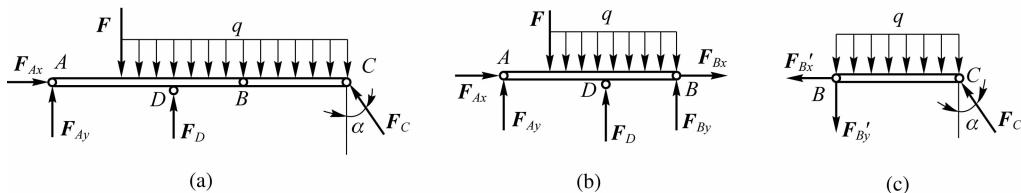


图 1-19 多跨梁的受力分析

正确地画出物体的受力图,是分析、解决力学问题的基础。画受力图时需注意以下几点。

(1)选好研究对象。根据解题的需要,可以取单个物体或整个系统为研究对象,也可以取由几个物体组成的子系统为研究对象。

(2)确定研究对象所受力的数目。既不能少画一个力,也不能多画一个力。力是物体间相互的机械作用,因此对于受力图中的每个力都要明确它是由哪一个施力物体施加给研究对象的,不能凭空想象。

(3)一定要按照约束的性质画约束力。当一个物体同时受到几个约束的作用时,应分别根据每个约束单独作用的情况,由该约束本身的性质来确定约束力的方向,绝不能按照自己的想象画约束力。

(4)受力图中要标明各力的名称及其作用点的位置,不要任意移动力的作用位置。

(5)一般情况下,不要对力进行分解或合成。如果需要分解或合成,分力与合力不要同时画在同一张受力图上,以免重复。必要时用虚线表示分力与合力中的一种。

(6)画受力图时,要注意应用二力平衡公理、三力平衡汇交定理及作用与反作用公理。

### 力学学者

#### 张衡——中国古代力学学者

张衡(78—139 年),字平子,汉族,南阳西鄂(今河南南阳市石桥镇)人,南阳五圣之一,与司马相如、扬雄、班固并称“汉赋四大家”。中国东汉时期伟大的天文学家、数学家、发明家、地理学家、文学家,在东汉历任郎中、太史令、侍中、河间相等职。晚年因病入朝任尚书,于永和四年(139 年)逝世,享年 61 岁。北宋时被追封为西鄂伯。





张衡为中国天文学、机械技术、地震学的发展做出了杰出的贡献，发明了浑天仪、地动仪，是东汉中期浑天说的代表人物之一。被后人誉为“木圣”。

## 李冰——中国古代力学学者

李冰(生卒年、出生地不详)，号称陆海，战国时代著名的水利工程专家。公元前256年—公元前251年被秦昭王任为蜀郡(今成都一带)太守。

李冰是都江堰的设计者和兴建的组织者。都江堰位于四川省中部岷江中游，整个工程是由分水堰、飞沙堰和宝瓶口三个主要工程组成的。它规模宏大、地点适宜、布局合理，兼有防洪、灌溉、航行三种作用，在世界水利工程史上也是罕见的奇迹。2000多年来，都江堰一直发挥着巨大的排灌作用，确保了当地农业生产。除都江堰外，李冰还主持修建了岷江流域的其他水利工程，如“导洛通山，洛水或出瀑布，经什邡、郫，别江”“穿石犀溪于江南”“冰又通管道文井江，径临邛，与蒙溪分水白木江”“自湔堰上分穿羊摩江”等。



### 一、思考题

- 力的三要素是什么？两个力相等的条件是什么？
- 二力平衡条件和作用与反作用公理都涉及二力等值、反向、共线，两者有什么区别？
- 为什么说二力平衡公理、加减平衡力系公理和力的可传性都只适用于刚体？
- 什么是二力构件？分析二力构件受力时与构件的形状有无关系？
- 确定约束力方向的原则是什么？活动铰链支座约束有什么特点？
- 说明下列式子与文字的意义和区别。  
(1) $\mathbf{F}_1 = \mathbf{F}_2$ ；(2) $F_1 = F_2$ ；(3)力 $\mathbf{F}_1$ 等效于力 $\mathbf{F}_2$ 。
- 如图1-20所示，已知作用于物体上的两个力 $\mathbf{F}_1$ 与 $\mathbf{F}_2$ 满足大小相等、方向相反、作用线相同的条件，试问物体是否平衡？

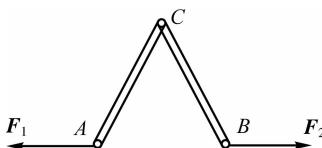


图 1-20 二力平衡分析

### 二、分析计算题

- 试画出图1-21中物体A或构件AB的受力图(未画重力的物体的质量不计，所有接



触均为光滑接触)。

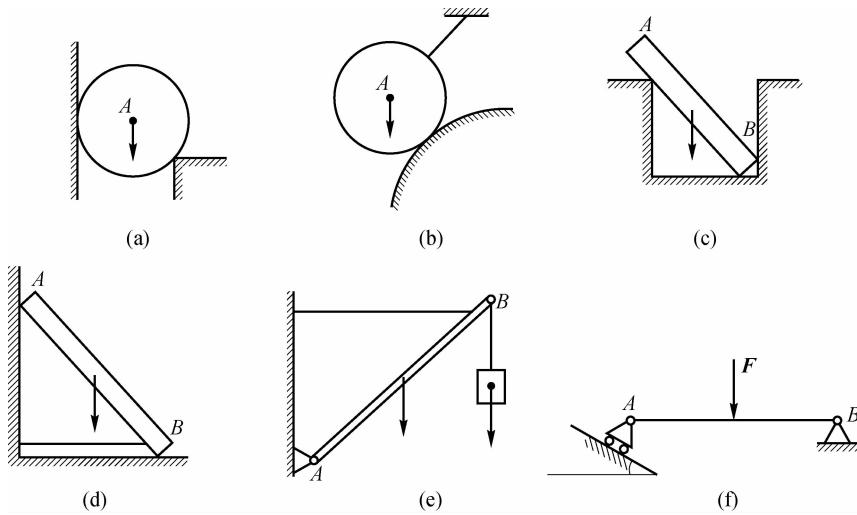
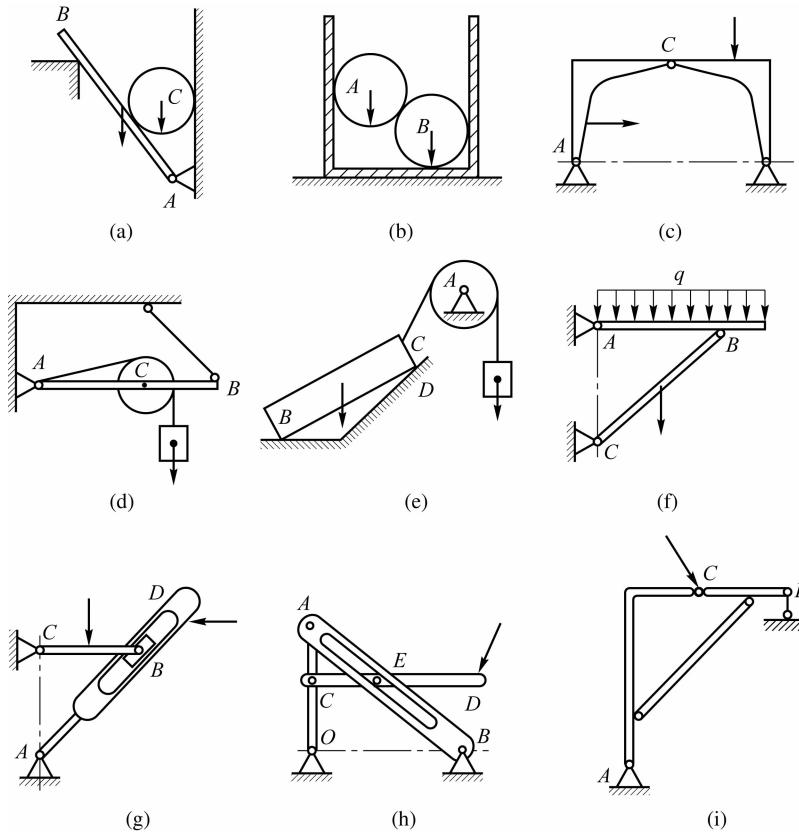


图 1-21 构件的受力分析

2. 画出图 1-22 所示机构中各杆件的受力图与系统整体的受力图(图中未画重力的各杆件的自重不计,所有接触均为光滑接触)。



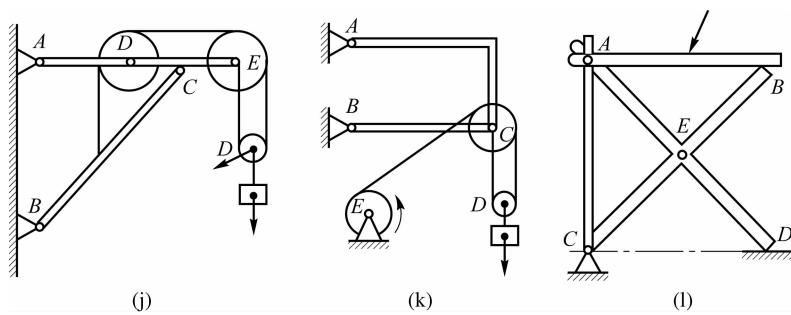


图 1-22 杆件受力分析